



IFM-GEOMAR

Leibniz-Institut für Meereswissenschaften
an der Universität Kiel

Moden nordatlantischer Klimavariabilität

Diplomarbeit von
Jörg Wegener

2006

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät der Christian-Albrechts
Universität zu Kiel

Inhaltsverzeichnis

Abstract	5
Zusammenfassung	8
1 Einleitung	11
1.1 Eigenschaften von SST-Anomalien	11
1.2 Oberflächenströmung im Nordatlantik	12
1.3 Advektion und Klimavariabilität	14
2 Daten	15
2.1 Wahrscheinlichkeitsdichte und Verteilung der Daten	16
3 Dynamik von Telekonnektionen der SST im Nordatlantik	21
3.1 Korrelations-Methode	21
3.2 Verlagerung von Telekonnektionen I	22
3.3 Auswirkung gleitender Mittelbildung auf Autokorrelationsfunktion	25
3.4 Verlagerung von Telekonnektionen II	28
4 Methoden zur Auffindung dominanter Moden	31
4.1 Gewöhnliche EOFs	31
4.1.1 EOFs aus Eigenwertgleichung	32
4.1.2 EOFs als Filter	35
4.1.3 EOFs: Normierung und Darstellung	35
4.2 Rotierte EOFs	38
4.2.1 REOFs: Abhängigkeit von Normierung	38
4.2.2 Rotations-Methoden	39
4.3 DEOFs	40
5 Unterschiede und Gemeinsamkeiten: EOFs & DEOFs	43
5.1 Unterschiede, am Beispiel SST	43
5.2 Gemeinsamkeiten, am Beispiel SLP	44

5.3	Weitere Moden	45
5.3.1	SLP	45
5.3.2	SST	47
6	Untersuchung von Propagationsmustern	49
6.1	Hovmöller-Methode	49
6.1.1	Entlang der Stromachse	49
7	Kopplung von Atmosphäre und SST	53
7.1	Beobachteter Einfluss von NAO auf SST	53
7.1.1	Zeitliche Einwirkung	54
7.2	Regressions-Methode	57
7.2.1	Räumliche Einwirkung	58
8	Advektive Zeitskalen	63
8.1	EOFs & DEOFs aus Pfadgebiet	63
8.2	Methodik der Spektralanalyse	65
8.2.1	Suche nach Periodizitäten	66
8.3	Methodik der Kreuzspektralanalyse	67
8.3.1	Untersuchung der Phasenbeziehung von DPCs	68
9	Modellierung des atmosphärischen Einflusses auf SST-Variabilität	71
9.1	Autoregressive Prozesse	72
9.2	Das Modell	73
10	Atmosphärische Einwirkung entlang des Pfades	77
10.1	Einfluss auf Propagationsmuster	79
11	Fazit	81
12	Ausblick	83
Anhang A		85
	Verwendete Schreibweisen	85
Anhang B		86
	Beweis: Maximalprinzip EOF	86
Anhang C		90
	Bemerkungen zur Kovarianzmatrix	90

Anhang D	93
Begriffserläuterung »Mode«	93
Abkürzungen	94
Danksagung	102

Abstract

According to Rowan T. Sutton and Miles R. Allen (hereafter: SA) there is a chance to enhance the predictability of decadal climate variability over the northern European sector. This enhancement supposedly originates from the horizontal advection of SST anomalies along the Gulf Stream and North Atlantic Current (NAC). SA suggest that fluctuations in SST which arise from advection might be predictable, and so would be their impact on the atmosphere.

The described advection mechanism is subject of this work, analyzing mainly NCEP/NCAR and COADS datasets of various meteorological and oceanographic parameters. This issue is investigated by means of statistical tools like EOF- and timeseries analysis, especially Dietmar Dommenget's rotated DEOFs: a technique which fits a spatial first-order autoregressive ("AR(1)") process as a null hypothesis to the data.

These analyses should clarify whether a primary mode of advection exists or whether it is solely the atmospheric imprint on the ocean which generates a sham advection.

The findings of SA could partly be confirmed, although a few remarks about the statistical reliability of their analyses are made.

Applying an AR(1)-model, which divides its driving noise into a NAO and a non-NAO part, it is shown that the former locally contributes more than 40% to the explained variance of SST variability. The maximum contributions align with the major areas of the NAC, where SA suggest the propagation of SST anomalies. It is shown that this signal is strongly influenced by the atmospheric forcing and that the latter generates an advection-like pattern.

Zusammenfassung

Laut Rowan T. Sutton und Miles R. Allen (im Folgenden: SA) existiert ein Mechanismus, durch den die Vorhersagbarkeit dekadischer Klimavariabilität im nordeuropäischen Raum verbessert werden kann. Diese Verbesserung soll von der horizontalen Advektion von Ozeanoberflächentemperatur ("SST")-Anomalien entlang des Nordatlantikstroms ("NAC") herrühren. SA argumentieren, dass Schwankungen der SST, die aufgrund von Advektionseffekten entstehen, vorhersagbar wären, – und damit auch deren Einflüsse auf die atmosphärische Zirkulation.

Der beschriebene Advektionsmechanismus ist Gegenstand dieser Arbeit. Er wird anhand von NCEP/NCAR- und COADS-Datensätzen verschiedener meteorologischer und ozeanographischer Parameter und mit Hilfe statistischer Verfahren wie EOF- und Zeitreihen-Analysen untersucht. Im Besonderen mit rotierten DEOFs, einer von Dietmar Dommenges entwickelten Methode, die einen räumlichen Autoregressiven ("AR(1)")-Prozess als Nullhypothese an die Ausgangsdaten anpasst.

Diese Analysemethoden sollen klären, ob ein Advektions-Mode existiert, oder ob es lediglich der atmosphärische Einfluss auf den Ozean ist, der eine Scheinadvektion generiert.

Die Ergebnisse von SA können teilweise bekräftigt werden, nichtsdestotrotz werden einige Anmerkungen bezüglich der statistischen Verlässlichkeit ihrer Analysen gemacht.

Die Anwendung eines AR(1)-Modells, dessen stochastischer Antrieb in NAO- und nicht-NAO-Anteil aufspaltet ist, zeigt, dass Ersterer gebietsweise über 40% der SST-Varianz erklärt. Die Gebiete maximaler erklärter Varianz stimmen räumlich mit dem NAC und dem von SA nahegelegten Advektions-Bereich überein.

Es wird gezeigt, dass dieses Signal stark vom atmosphärischem Antrieb beeinflusst wird und dass er ein der Advektion ähnliches Muster bildet.

1 Einleitung

Die Verbesserung dekadischer Klimavorhersage im nordeuropäischen Raum wurde 1997 von Rowan T. Sutton und Miles R. Allen (im Folgenden: SA) in Aussicht gestellt. Sie untersuchten den Einfluss von Meeresoberflächen-Strömungen im Nordatlantik auf die Dynamik von SST-Anomalien und sammelten Belege für deren Advektion entlang der Golfstrom/NAC-Achse [Sutton and Allen, 1997]. Bis dato ging man davon aus, dass Advektionseffekte einen vernachlässigbaren Einfluss auf SST-Anomalien haben [Frankignoul, 1985]. Die abweichenden Ergebnisse von SA werden in dieser Arbeit aufgegriffen und das dynamische Verhalten von SST-Anomalien im Nordatlantik untersucht. Es soll geklärt werden, ob sie tatsächlich vom Nordatlantikstrom advehiert werden, wie von SA nahegelegt.

1.1 Eigenschaften von SST-Anomalien

In mittleren Breiten gilt der atmosphärische Antrieb als Hauptverursacher von SST-Anomalien: Sie spiegeln primär die atmosphärische Einwirkung auf den oberen Ozean wieder. Diese Einwirkungen werden vor allem durch tägliche Schwankungen im Wärme-Austausch (“Wärmeflüsse”) an der Schnittstelle Ozean/Atmosphäre verursacht. Neben den Netto-Flüssen ist auch die durch Wind übertragene mechanische Energie maßgeblich für die Entstehung von SST-Anomalien verantwortlich. Prozesse im Inneren des Ozeans spielen lediglich eine untergeordnete Rolle [Frankignoul, 1985]. Durch Stürme und großräumige Wettersysteme entstehen großskalige SST-Anomalien, die aufgrund der hohen thermischen Trägheit der ozeanischen *mixed layer* (“Deckschicht”) und der schwachen Dissipations- und Dämpfungsprozesse sehr persistent sein können. Auf Zeitskalen, die durch diese Persistenz bestimmt werden, können Wettererscheinungen in erster Näherung als stochastische Prozesse angesehen werden [Frankignoul and Hasselmann, 1977]. Diese Aufteilung in ein Zwei-Zeitskalen-System, bestehend aus einem fluktuierenden (Wetter) und einem behäbigen Anteil (SST-Anomalien), ist Grundvoraus-

setzung für die stochastische Klimamodellierung (siehe Abschnitt 9.2). Der Einfluss und die Stärke der unterschiedlichen Einwirkungs-Mechanismen variiert hauptsächlich mit Ort und Jahreszeit. Auf dekadischen Zeitskalen haben SA einen vermeintlichen Zusammenhang zwischen den Trajektorien von SST-Anomalien im Nordatlantik und den Stromlinien des nördlichen Teils des subpolaren Wirbels aufgezeigt [Sutton and Allen, 1997].

1.2 Oberflächenströmung im Nordatlantik

In Abbildung 1.1 sind diese Stromlinien im klimatologischen Mittel dargestellt. Der erkennbare asymmetrische Wirbel, der sich über die gesamte Breite des Ozeanbeckens erstreckt, wird hauptsächlich durch die atmosphärische Zirkulation angetrieben: Das Zirkulationssystem um die nahezu stationäre Hochdruck-Region der Subtropen prägt der Meeresoberfläche eine antizyklonale Strömung auf.

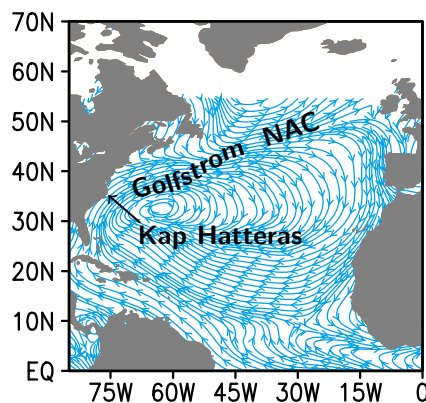


Abb. 1.1: Trajektorien der Oberflächenströmung im klimatologischen Mittel (blau). Der nördliche Teil dieses subpolaren Wirbels bezeichnet den Golf-, bzw. Nordatlantikstrom (NAC). Kap Hatteras ist durch einen schwarzen Pfeil markiert.

Vagn Walfrid Ekman hat den Einfluss von Reibung und Corioliskraft auf windgetriebene Strömungen berücksichtigt und eine –auf der Nordhemisphäre und in Windrichtung– rechtsgerichtete Ablenkung festgestellt, die heute als Ekman-Transport bekannt ist [Ekman, 1905]. Er benutzte dabei das Modell eines unendlich weiten und unendlich tiefen Ozeans. Harald Sverdrup erweiterte diese Theorie, indem er zunächst von einem einseitig begrenzten Ozean ausging und ein breitenabhängiges, rein zonales Windfeld generierte [Sverdrup, 1947]. Die Einbeziehung von geostrophischer Strömung aufgrund

horizontaler Druckgradienten führte zu zirkulären Bewegungsmustern. Allerdings erklärte diese Theorie nicht die starken westlichen Randströme, wie z.B. den Golfstrom. Henry Stommel berücksichtigte die Breitenabhängigkeit des Coriolisparameters (planetare Vorticity) sowie Reibung in mehreren Dimensionen und erzielte reale Ergebnisse [Stommel, 1948]. Die Existenz des Golfstroms war nun erklärbar.

Beobachtbar ist, dass der Golfstrom zwischen der Floridastraße und Kap Hatteras entlang des Blake Plateaus fließt; auf dieser Strecke ist er ein klar formierter, schmaler Strom und besitzt seine höchste Fließgeschwindigkeit (über $1,5 \text{ m s}^{-1}$) [Colling, 2002]. Er bewegt sich in Gebieten mit geringer Tiefe (rund 800 m) und verlässt die Schelfkante etwa auf Höhe von Kap Hatteras.

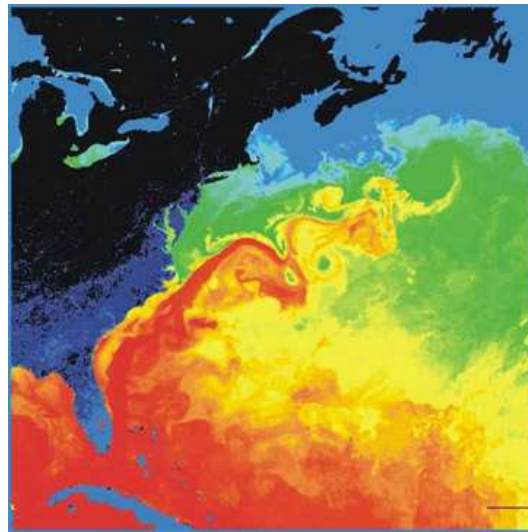


Abb. 1.2: Satellitenbild der Golfstrom-Region, aufgenommen mit einem ultra-hochauflösenden Radiometer. Vergleichsweise warme Gebiete sind rot/gelb, kalte grün/blau koloriert. Deutlich zu erkennen ist die wirbelhafte Ausbreitung des Golfstromes abseits der Küstengebiete (vgl. Text). Quelle: NASA.

Mit dem Übergang in tieferes Gewässer (rund 4000-5000 m) wird seine Form komplexer: Ohne topographische Restriktionen beginnt er zu mäandrieren und Eddies zu bilden (Abb. 1.2). Sobald er die Grand Banks vor Neufundland passiert hat, wird er deutlich breiter und diffuser. Von hier an nennt man ihn Nordatlantik-Strom (“NAC”).

1.3 Advektion und Klimavariabilität

Unter der Annahme, dass SST-Anomalien einen rückwirkenden Einfluss auf die Atmosphäre haben, schlugen SA die Existenz eines gekoppelten Ozean/Atmosphären-Mechanismus vor. Mit dem Argument, dass Änderungen der SST aufgrund von Advektionseffekten vorhersagbar seien, propagierten sie den ozeanischen Teil dieses gekoppelten Mechanismus'. Er soll eine Verbesserung der Prognostizierbarkeit von dekadischer Klimavariabilität im europäischen Raum liefern.

Dem widersprechen beispielsweise die Modellierungen von Scott [2003] und Wang and Chang [2004]. Sie schätzen den Einfluss von Advektion auf die Vorhersagbarkeit von SST im Nordatlantik eher gering ein.

Aufbau dieser Arbeit

Nach einer Vorstellung der verwendeten Daten in Kapitel 2 werden sie in den Kapiteln 3 bis 10 statistisch ausgewertet, bzw. mit Modellergebnissen verglichen. Eine kurze Beschreibung der entsprechenden Analysemethoden befindet sich in jedem Kapitel. Ihre Ergebnisse werden in den darauf folgenden Unterkapiteln diskutiert.

Eine Sonderrolle nimmt Kapitel 4 ein: Dort werden verschiedene Arten von EOF-Analysen aufgeführt und anhand von Beispielen miteinander verglichen. Fazit und Ausblick finden sich in den Kapiteln 11 und 12. Eine Übersicht der verwendeten Schreibweisen ist in Anhang A geboten. In Anhang B wird der Beweis des EOF-Maximalprinzips geführt. Bemerkungen zum Umgang mit Kovarianzmatrizen befinden sich in Anhang C. Eine Erläuterung des Begriffs »Mode« wird in Anhang D gegeben. Ein Abkürzungsverzeichnis findet sich am Ende dieser Arbeit.

2 Daten

Alle verwendeten Daten liegen als Monatsmittelwerte vor. Im Einzelnen:

- Geopotential-Niveau und Luftdruck:
Luftdruck auf Meereshöhe (“SLP“). Geopotential-Niveau auf den Druckflächen 500hPa und 1000hPa. Abgeleitet aus dem *National Centers for Atmospheric Research/Environmental Prediction* (NCEP/NCAR)-Reanalyse-Projekt [Kistler et al., 2001]; von 1948 bis 2004. $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ -Gitter.
- NAO-Index:
Differenz des normierten Luftdrucks auf Meeresniveau, an den Orten Ponta Delgads (Azoren) und Stykkisholmur/Reykjavik (Island), nach [Hurrell, 1995]. Monatlicher Index, seit 1865.
- Strömungsgeschwindigkeit und -richtung:
Aus der *Comprehensive Ocean Atmosphere Data Set* (COADS)-Klimatologie, abgeleitet durch Samuels and Cox [1988]. Meridionale Erfassung: rund 40° S bis 55° N . $1,0^\circ \times 1,0^\circ$ -Gitter.
- SST:
 - *Met Office Hadley Centre*-Datensatz HadISST1 [Rayner et al., 2003], dem Nachfolger von GISST. Globales Feld von Meereiskonzentration und SST; von 1870 bis 2003. $1,0^\circ \times 1,0^\circ$ - und T42-Gitter.
 - *Reynolds*-Datensatz, zusammengestellt aus Schiffs-, Bojen- und Satellitenmessungen [Reynolds and Smith, 1994]. Von 1950 bis 1998. Räumliche Auflösung: $2,0^\circ \times 2,0^\circ$.

Die SST-Daten vom *Hadley-Centre* umfassen eine längere Zeitspanne und sind räumlich höher aufgelöst als der *Reynolds*-Datensatz. Deswegen werden Erstere hier bevorzugt verwendet. Um eine höhere Verlässlichkeit zu gewährleisten, werden sie erst ab 1945 berücksichtigt.

Da der *Hadley*-Datensatz zusätzlich Meereis enthält, wird eine großzügige Eismaske angepasst. Sie ist in Abb. 2.1 weiß dargestellt. Da Meereis und SST unterschiedliche Variabilitäten besitzen, werden *Hadley*-Daten aus diesem Gebiet bei allen Berechnungen ignoriert.

Der *Reynolds*-Datensatz umfasst ausschließlich SST und beinhaltet bereits eine Landmaske.

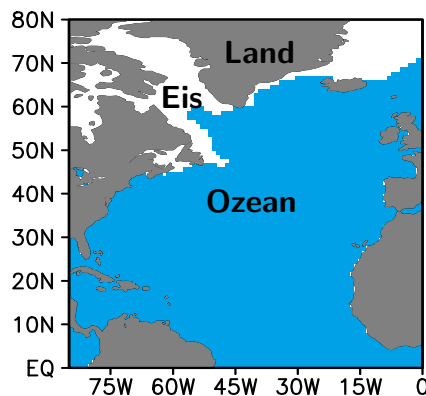


Abb. 2.1: Angepasste Eismaske (weiß) des *Hadley*-Datensatzes.

2.1 Wahrscheinlichkeitsdichte und Verteilung der Daten

Im Folgenden werden statistische Methoden benutzt, die teilweise gaußverteilte Daten voraussetzen. Deswegen werden in diesem Abschnitt die Verteilungen von SST und SLP untersucht, um festzustellen, ob diese Voraussetzungen zutreffen.

Einen Anhaltspunkt für die Form der Verteilung liefert die Darstellung der Häufigkeitsverteilung (Histogramm). Für eine quantitative Abschätzung kann man die standardisierten zentralen statistischen Momente dritter und vierter Ordnung hinzuziehen. Sie werden *Schiefte*, bzw. *Kurtosis* genannt und können aus dem so genannten Erwartungswert bestimmt werden.

Im kontinuierlichen Fall ist der Erwartungswert einer reellen Zufallsvariable X gegeben durch:

$$\mathcal{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \, dx ,$$

wobei $f(x)$ die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion („pdf“) bezeichne.

Der Erwartungswert ist somit das mit der *pdf* gewichtete Mittel der Variable X . Lediglich bei Verteilungsfunktionen, die symmetrisch um ihr Maximum sind, ist der Erwartungswert gleich dem *wahrscheinlichsten* Wert. Dies entspricht einer verschwindenden Schiefe. Bei gegebener Standardabweichung σ_x , lassen sich Schiefe χ und Kurtosis κ darstellen als:

$$\chi(X) = \frac{\mathcal{E}((X - \mathcal{E}(X))^3)}{\sigma_x^3}$$

$$\kappa(X) = \frac{\mathcal{E}((X - \mathcal{E}(X))^4)}{\sigma_x^4} - 3.$$

Die Schiefe ist ein Maß für die Symmetrie der Verteilungsfunktion. Da bei ihrer Berechnung dritte Potenzen auftreten, kann sie positive wie negative Werte annehmen, oder verschwinden. Eine Verteilung heißt rechtsschief, wenn $\chi(X) > 0$ und linksschief, wenn $\chi(X) < 0$ ist. Eine rechtsschiefe Verteilung zeigt an, dass positive Extremwerte mit einer erhöhten Wahrscheinlichkeit auftreten.

Die Wölbung einer *pdf* wird durch die Kurtosis beschrieben. Sie kann Werte größer/gleich -3 annehmen. Eine Verteilung nennt man flachgipflig, wenn $\kappa(X) < 0$ und steilgipflig („spitz“), wenn $\kappa(X) > 0$ ist. Eine steilgipflige *pdf* zeigt an, dass ein höherer Anteil der Varianz von „Ausreißern“ stammt.

Bei der Gaußschen Verteilung verschwinden Schiefe und Kurtosis. Daher lassen sich *pdfs* über ihre Momente gut in Relation zu ihr bringen.

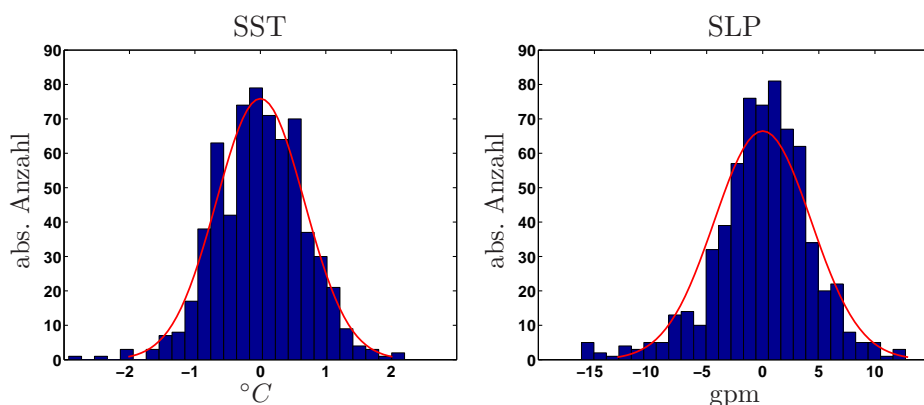


Abb. 2.2: Histogramm von SST-Anomalien, bei $40^\circ W$, $40^\circ N$ (blau). Angepasste Gaußverteilung (rot). Im Zeitraum von 1950 bis 2003.

Abb. 2.3: Histogramm von SLP-Anomalien, bei $40^\circ W$, $40^\circ N$ (blau). Angepasste Gaußverteilung (rot). Im Zeitraum von 1950 bis 2003.

Die Abbildungen 2.2 und 2.3 zeigen exemplarisch Histogramme von SST-,

respektive SLP-Anomalien bei $40^\circ W$, $40^\circ N$. Durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate wurde eine Gaußverteilung angepasst. In beiden Fällen erkennt man eine leichte Linksschiefe, die beim SLP stärker ausgeprägt ist. Die Verteilung des SLP ist –verglichen mit der Gauß-Glocke– deutlich steilgipfliger, wohingegen die Wölbung der SST-Verteilung eher neutral ist.

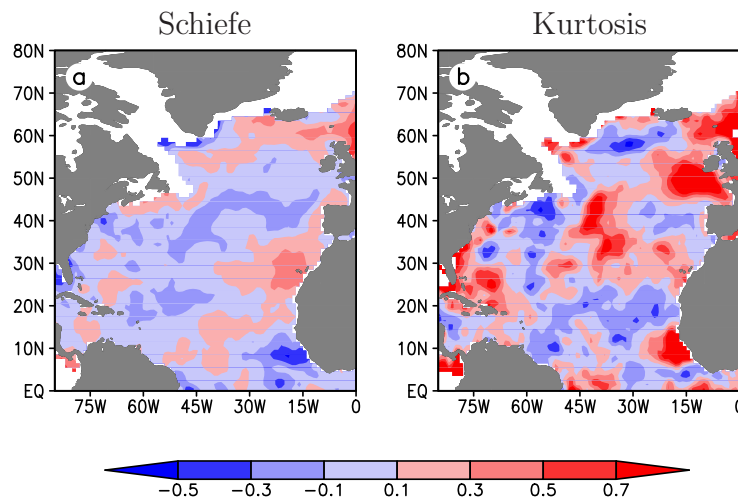


Abb. 2.4: a) Schiefe und b) Kurtosis der SST.

In Abbildung 2.4 und 2.5 sind Schiefe (a) und Kurtosis (b) von SST, bzw. SLP für den gesamten Nordatlantikraum dargestellt.

Bei der SST (Abb. 2.4) erkennt man kleinskalige Gebiete mit wechselndem Vorzeichen. Die Schiefe schwankt räumlich um Null, wobei sie fast im ganzen Gebiet kleiner bleibt als $|0.1|$. Die Kurtosis liegt in weiten Teilen des Nordatlantiks unter $|0.5|$. Die Verteilungsfunktion der SST hat damit eine hohe Ähnlichkeit mit der Gaußverteilung.

Beim SLP (Abb. 2.5) ergeben sich großskalige Muster, die fast im gesamten Nordatlantikraum ein einheitliches Vorzeichen haben. Die räumliche Stichprobe bei 40°W , 40°N aus Abb. 2.3 spiegelt recht deutlich die Eigenschaften des gesamten Gebiets wieder.

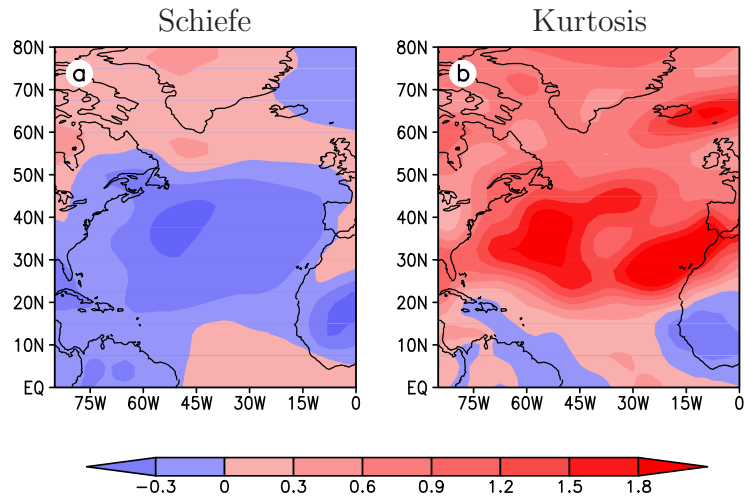


Abb. 2.5: a) Schiefe und b) Kurtosis des SLP.

Die vergleichsweise großen negativen Werte in der Schiefe von -0,3 kommen dadurch zustande, dass Tiefdruckgebiete in der Regel höhere Amplitudenquadrate besitzen als Hochdruckgebiete. Trotz dieser Schiefe und einer deutlich steilgipfligen Verteilungsfunktion bleibt als gute Näherung die Gaußsche Verteilung.

3 Dynamik von Telekonnektionen der SST im Nordatlantik

Die Wechselwirkungen zwischen Variablen an verschiedenen Orten werden oft als *Telekonnektionen* bezeichnet. Sie beschreiben die Fernwirkungen zwischen unterschiedlichen Regionen auf der Erde.

Eine stetige Verlagerung von Telekonnektions-Mustern und eine zeitverzögerte Wechselwirkung sind im Fall von Advektion zu erwarten. Die stetige Verlagerung entlang des Advektionspfades und dessen Identifizierung mit den Stromlinien des NAC könnten die Advektion von SST-Anomalien im Nordatlantik verdeutlichen.

Im Folgenden wird dies anhand von Lag-Korrelationen der SST untersucht.

3.1 Korrelations-Methode

Der Grad des linearen Zusammenhangs zweier Zufallsvariablen kann man durch Korrelationskoeffizienten ausgedrücken. Sie werden im Folgenden immer als *Pearson*-Koeffizienten verstanden, was die Beachtung einiger Voraussetzungen erfordert: Die hier untersuchten Größen werden als näherungsweise gaußverteilt angenommen; dies wurde im vorherigen Abschnitt dargestellt. Darüber hinaus werden die Variablen als hinreichend stochastisch unabhängig (siehe hierzu: Abschnitt 3.3) und intervallskaliert betrachtet.

Der Korrelationsfaktor r_{xy} zwischen X und Y ist definiert als:

$$r_{xy} = \frac{CoVar(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (3.1a)$$

wobei $CoVar(X, Y)$ die Kovarianz zwischen X und Y bezeichne. Betrachtet man die Korrelation einer Zufallsvariablen mit sich selbst, spricht man von

Autokorrelation. Bei schwacher Stationarität¹ hängt sie ausschließlich vom “zeitlichen Abstand” τ ab, dem so genannten *Lag*:

$$r_{xx}(\tau) = \frac{CoVar(X_i, X_{i+\tau})}{\sigma_{x_i} \sigma_{x_{i+\tau}}} . \quad (3.1b)$$

Will man betonen, dass es sich um Variablen ungleicher Größen (z.B. Temperatur und Luftdruck) handelt, spricht man von Kreuzkorrelation, bzw. Lag-Kreuzkorrelation. Der Zeitlag drückt hierbei aus, dass es sich um Größen handelt, die zusätzlich zeitverschoben sind.

3.2 Verlagerung von Telekonnektionen I

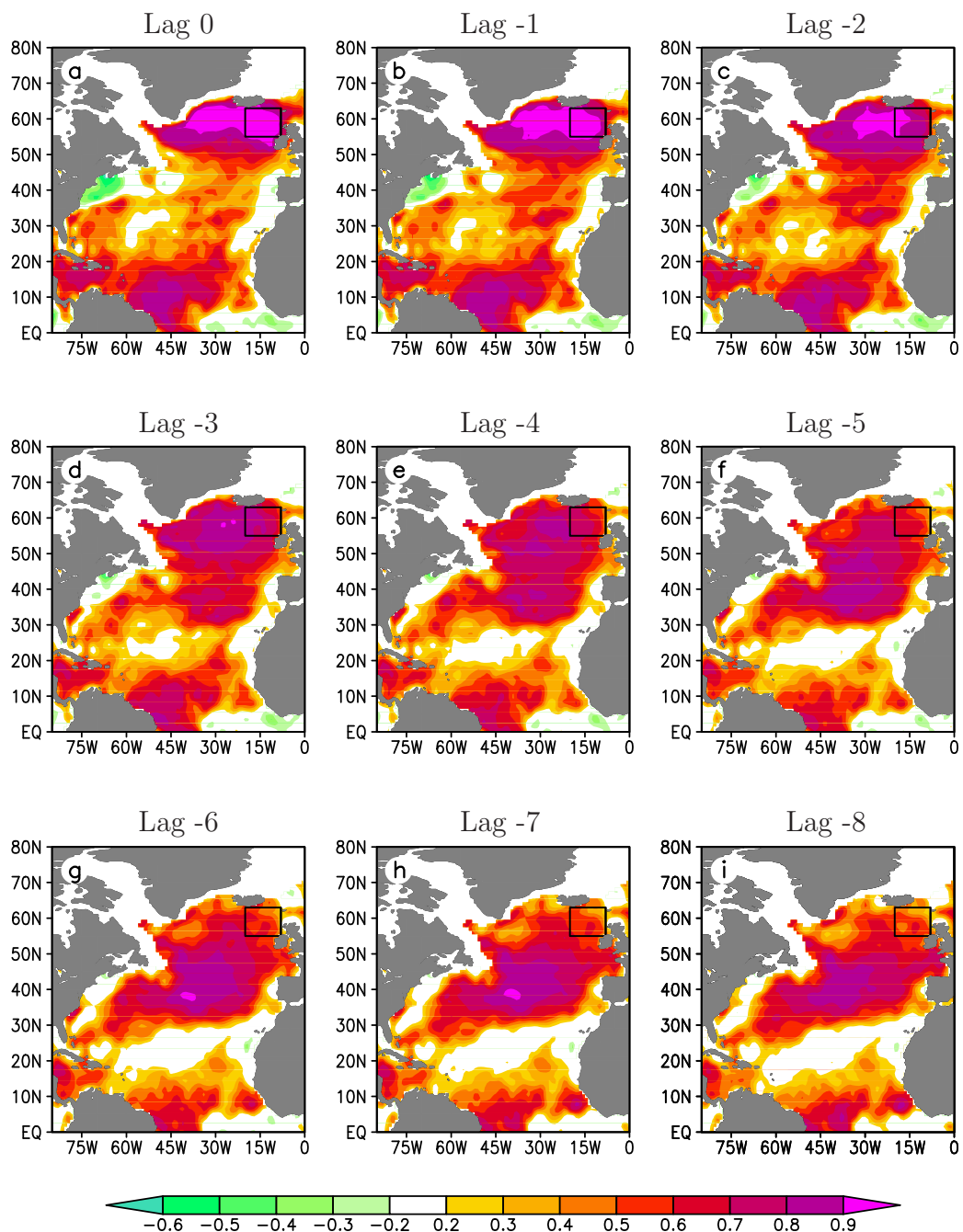
SA zeigten eine scheinbare räumliche Übereinstimmung zwischen der Verlagerung von Winter-zu-Winter Korrelationen von SST-Anomalien im Nordatlantik und den Stromlinien des Golfstroms/NAC.

Sie verwendeten bei ihren Korrelationsanalysen zeitlich grob gemittelte SST-Felder aus dem NOAA SMD94-Datensatz. Saisonale (November bis April) Anomalien von 1945 bis 1989 wurden einem gleitenden Mittel über 5 Jahre unterzogen. Sie erhielten Korrelationskoeffizienten von 0,8 für die Lags 0 bis 8 Jahre und 0,75 für Lag 9.

Im Folgenden werden die Betrachtungen von SA anhand des *Hadley*-Datensatzes nachvollzogen. Abbildung 3.1 zeigt Autokorrelationen zwischen SST-Anomalien zum angegebenen Lag. Die Korrelationen werden zwischen dem räumlichen Mittel über das mit einem Rechteck gekennzeichnete Gebiet ($20^\circ - 8^\circ W$, $55^\circ - 63^\circ N$, “Box“) und dem übrigen Feld gitterpunktsweise gebildet (“Box-Feld Korrelation“). Um einen direkten Vergleich mit den Ergebnissen von SA zu haben, sind hier die gleichen Mittelungen vorgenommen worden. Es werden SST-Daten aus dem Zeitraum von 1950 bis 2003 verwendet, und die Korrelationen sind bis Lag -14 abgebildet.

¹Schwache Stationarität liegt vor, wenn der Mittelwert im Verlauf der Zeit konstant ist und die Autokovarianzfunktion lediglich eine Funktion des Lags τ ist, d. h. $f_{(\tau)} = \gamma_{x_i x_{i+\tau}}$. Oder mit anderen Worten: Die Momente erster und zweiter Ordnung sind invariant gegenüber Verschiebungen entlang der Zeitachse.

Von der Mündung zur Quelle. Um das Ergebnis nicht im Vorhinein durch die Wahl einer günstigen Lage der Box zu beeinflussen, wurde sie – anders als bei SA – *nicht* an den vermeintlichen Anfangspunkt (östlich von Kap Hatteras) gelegt, sondern zwischen Island und Schottland. Bei der hier vorgestellten Analyse läuft die Zeit rückwärts, daher die negativen Lags.



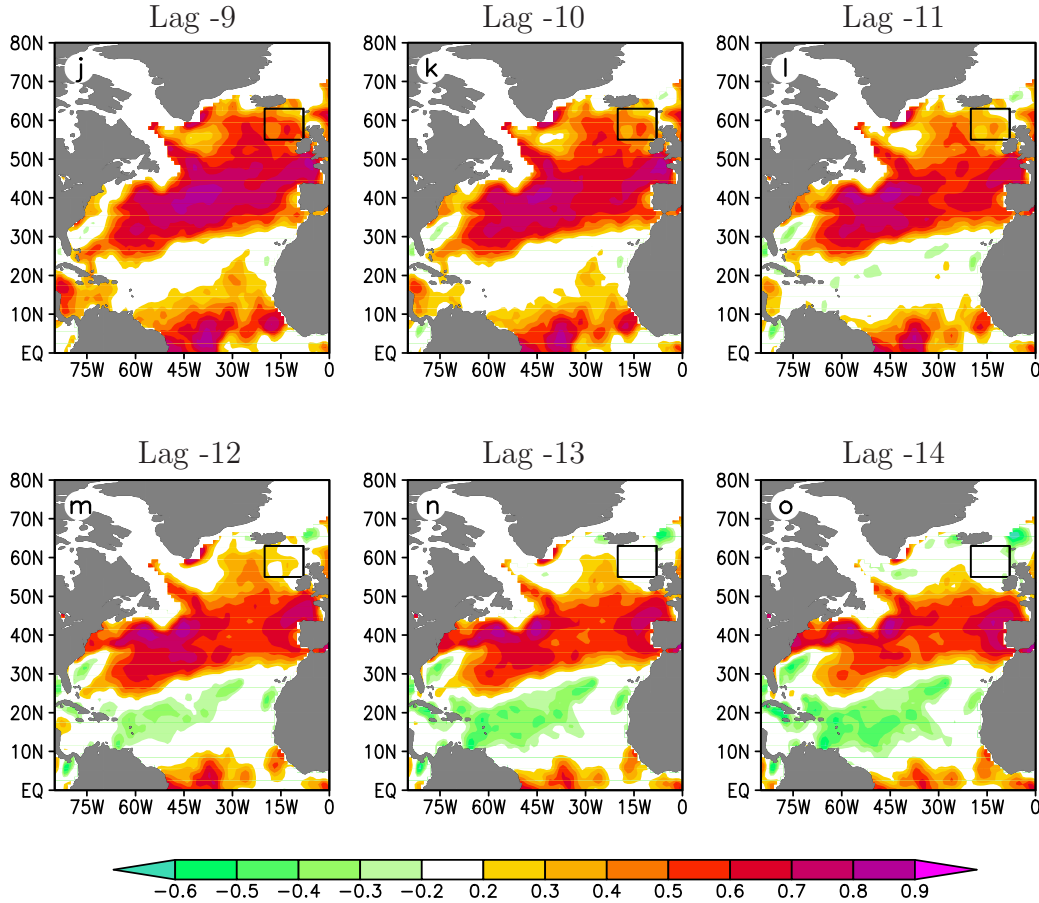


Abb. 3.1: Box-Feld Korrelation der SST zwischen dem mit einem Rechteck gekennzeichneten Gebiet und dem übrigen Feld. Vor der Berechnung der Korrelationen wurden die Daten einem gleitenden Mittel über 5 Jahre unterzogen. Lag in Jahren: 0 bis -14.

Bildlich ausgedrückt begibt man sich von der Mündung zur Quelle, ohne zum Startzeitpunkt zu wissen, wo sich die Quelle befindet. Das bedeutet, als Nullhypothese wird *nicht* angenommen, dass sich Telekonnektionen vom süd-westlichen Nordatlantik in den nördlichen Teil bewegen. Um den natürlichen zeitlichen Verlauf zu erkennen, muss man die umgekehrte Reihenfolge, von (o) nach (a), betrachten.

Quantitativ ergeben sich ähnliche Ergebnisse wie bei SA: Es werden maximale Korrelationswerte von mehr als 0,9 für die Lags 0 bis -3 erreicht. Werte über 0,8 kommen bis Lag -14 vor. Zusätzlich ist eine Verlagerung der maximalen Telekonnektionen entlang der NAC-Achse zu erkennen. Beachtlich ist, dass diese Maximalwerte und deren räumliche Ausdehnung *nicht* kontinuierlich geringer werden. Nach einem abrupten Abklingen zwischen Lag -2 und -3 und einem "Sattelpunkt" von -3 bis -5, steigen die Maximalwerte ab

Lag -5 wieder an, um anschließend quantitativ und in der Fläche kleiner zu werden.

Wie schon angekungen ist, sind diese hier erreichten überragenden Korrelationswerte nicht einzig auf den hohen linearen Zusammenhang der Rohdaten zurückzuführen. Vielmehr verdient die großzügige zeitliche Mittelung eine besondere Betrachtung.

3.3 Auswirkung gleitender Mittelbildung auf Autokorrelationsfunktion

Die Mittelung von Zeitreihen über ein gleitendes Zeitintervall (“*rmn*“), führt zu einer Dämpfung hochfrequenter Fluktuationen. Diese Glättung beeinflusst die stochastische Unabhängigkeit der beteiligten Größen und damit die statistische Anzahl der Freiheitsgrade. Munk [1960] hat analytisch aufgezeigt, wie sich diese Mittelbildung auf die Autokorrelationsfunktion auswirkt. Im kontinuierlichen Fall ergibt sich das gleitende Mittel von f zu:

$$rmn(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \alpha) \omega(\alpha) d\alpha .$$

Hier sei $\omega(\alpha)$ eine Kastenfunktion, d.h. eine spezielle Form der *Diracschen Deltafunktion*:

$$\omega(\alpha) = \begin{cases} 1/T & \text{für } -T/2 \leq \alpha \leq T/2 \\ 0 & \text{für sonstige ,} \end{cases}$$

und $T > 0$ das Mittelungsintervall.

Im Folgenden wird die Autokorrelationsfunktion eines Autoregressiven Prozesses erster Ordnung² mit unterschiedlichen Mittelbildungen berechnet. Es wird ein Autoregressiv-Parameter von 0,7 verwendet, was etwa dem räumlichen Durchschnitt des Autokorrelationskoeffizienten bei Lag $\tau = 1$ der SST im Nordatlantik entspricht (Abb. 9.1). Ferner wurden hier die gleichen Lags verwendet wie in den Darstellungen der Box-Feld Korrelationen I (Abb. 3.1). In Abbildung 3.2 sind diese gedämpften Autokorrelationsfunktionen zu unterschiedlichen Lags dargestellt.

²Autoregressive Prozesse werden in Unterkapitel 9.1 vorgestellt.

Die verschiedenen Mittelungsintervalle T sind als Parameter angegeben. Der ungefilterte AR(1)-Prozess (blau) entspricht $T = 0$, das gleitenden Mittel über vier Zeitschritte $T=4$ (rot) und so weiter.

Anhand dieses möglichst realistisch gewählten Beispiels wird deutlich, dass die ungemittelten und die gefilterten Funktionen nur bei Lag 0 identisch sind und sich für $\text{Lag} \rightarrow \infty$ einander annähern. Weiterhin erkennt man, dass die Überschätzung der tatsächlichen Korrelation (blau) mit zunehmender Länge des Mittelungsintervalls T wächst.

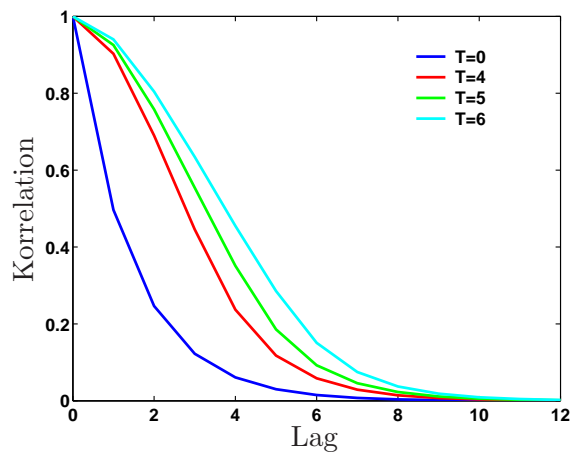


Abb. 3.2: Autokorrelationsfunktionen mit unterschiedlichen gleitenden Mittelungsintervallen T , aufgetragen gegen den Lag. Er entspricht dem Betrag des Lags aus den Abschnitten 3.2 und 3.4 .

Die im Fall von SA angewandte gleitende Mittelbildung über 5 Jahre entspricht der grünen Kurve und damit einer 2-fachen Überschätzung ab Lag 2. Bis Lag 5 steigt sie etwa auf das 5-fache an und bleibt dann konstant, siehe Abb. 3.3 .

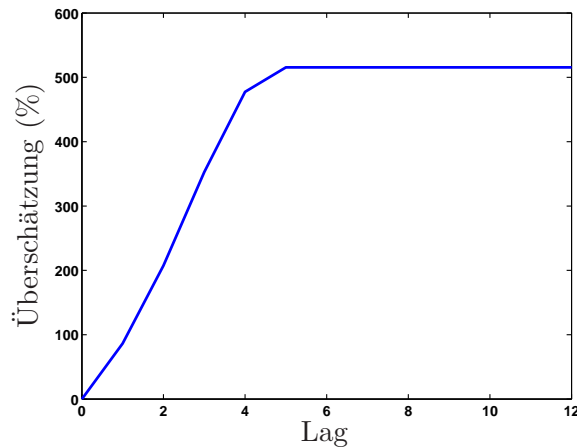
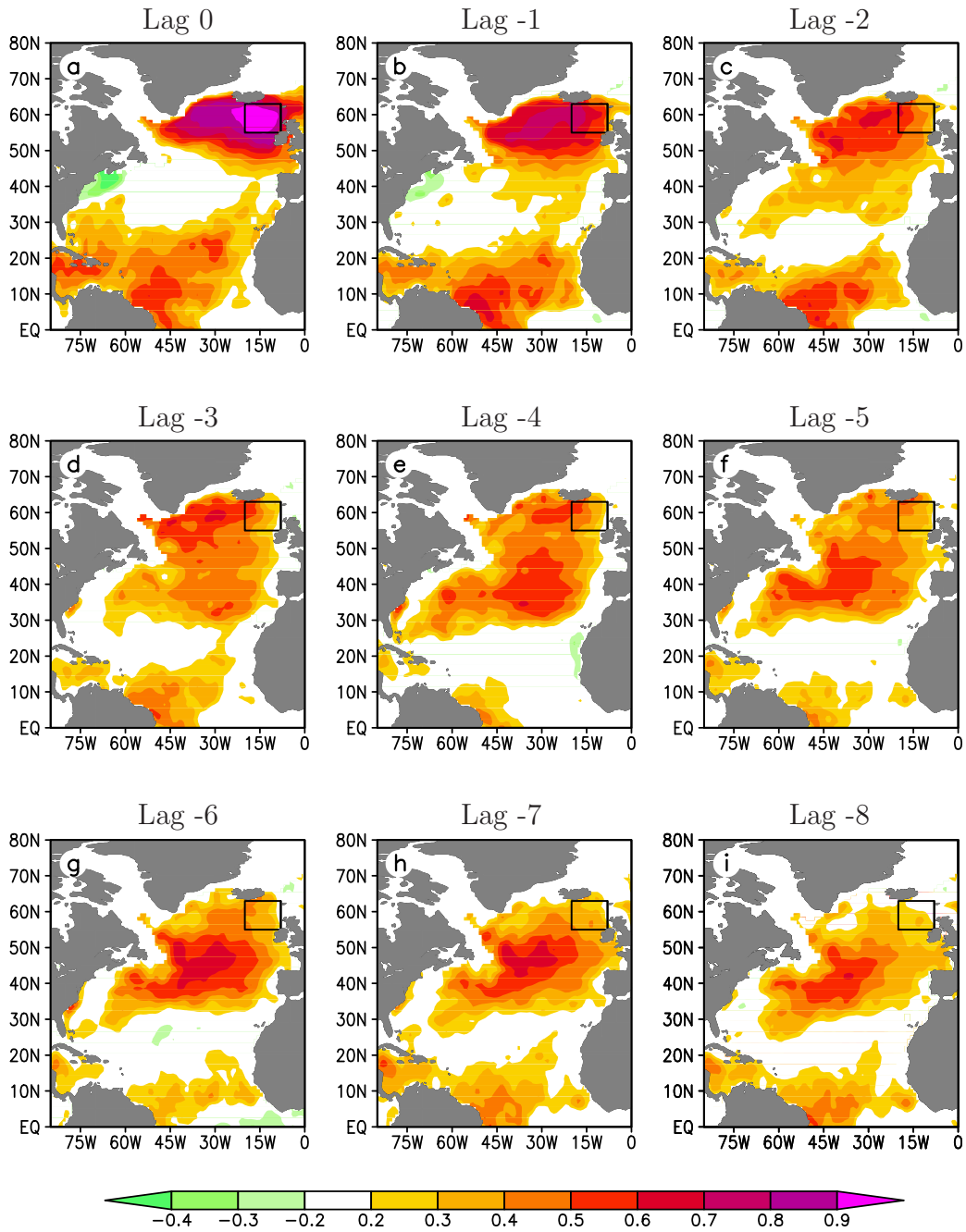


Abb. 3.3: Überschätzung der tatsächlichen Korrelation (%) für $T=5$, aufgetragen gegen den Lag. Das entspricht der grünen Kurve aus Abb. 3.2 und dem von SA angewandten Mittelungsintervall. Die Lags sind wie bei Abb. 3.2 angegeben.

Auf die in Kapitel 3.2 beschriebene Box-Feld Korrelation I bezogen, bedeutet das: Die dortigen Korrelationswerte rühren *auch* von der groben Mittelbildung her, nicht ausschließlich vom tatsächlichen linearen Zusammenhang. Natürlich kann Abb. 3.3 nur als Abschätzung einer Überbewertung der Persistenz von SST-Anomalien angesehen werden, da sie voraussetzt, dass die Autokorrelationsfunktion der Anomalien im Nordatlantik vergleichbar mit der eines AR(1)-Prozesses ist. Im Umgang mit Beobachtungsdaten ist diese Annahme in erster Näherung ausreichend [Dommenget and Latif, 2002b].

3.4 Verlagerung von Telekonnektionen II

Um einer derartigen Überschätzung nicht zu unterliegen, ist in Abb. 3.4 die gleiche Analyse wie in Abb. 3.1 dargestellt, nur wurde hier auf eine gleitende Mittelbildung verzichtet.



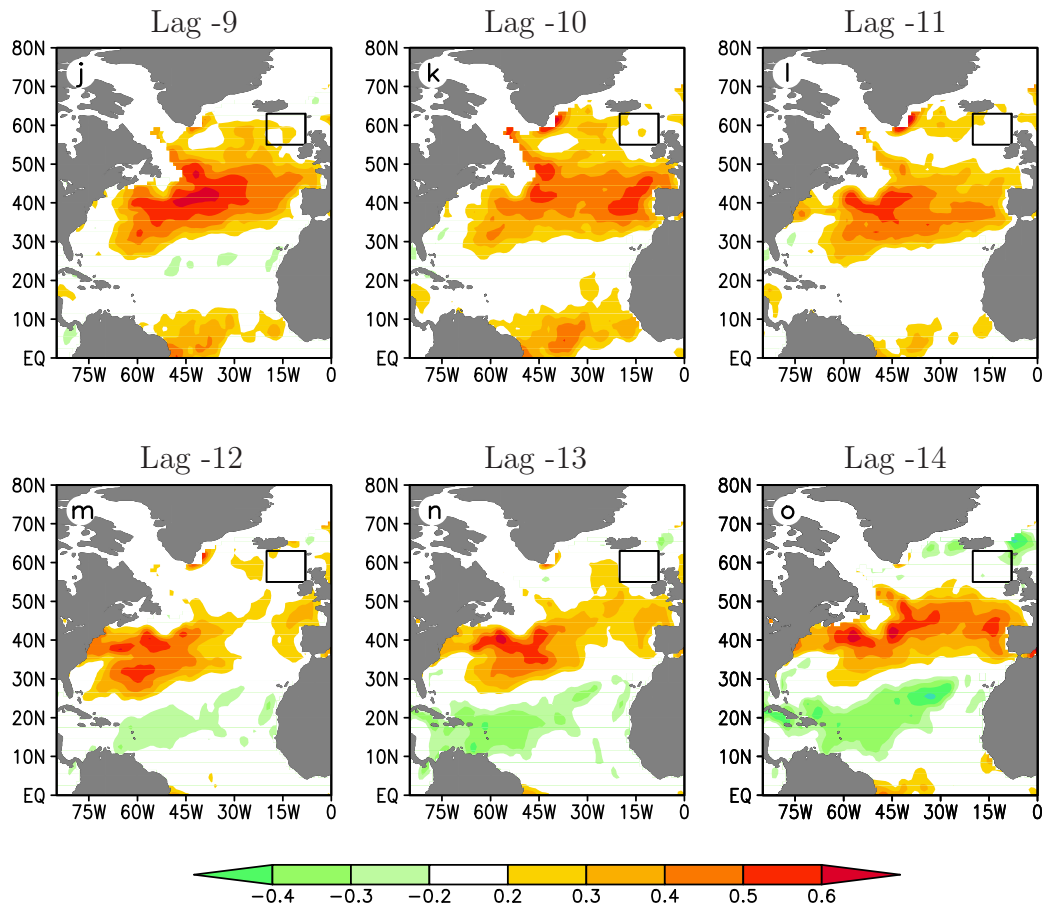


Abb. 3.4: Box-Feld Korrelation der SST zwischen dem mit einem Rechteck gekennzeichneten Gebiet und dem übrigen Feld. Im Gegensatz zu Abb. 3.1, wurden die Daten *keinem* gleitenden Mittel unterzogen. Lag in Jahren: 0 bis -14.

Verglichen mit Abb. 3.1 sind Gebiete mit Korrelationskoeffizienten größer als 0.2 in der Fläche merklich kleiner geworden. Ebenso ist die Amplitude der Extremalwerte deutlich geringer geworden. Sie ist bei Lag 0 –abgesehen von dem Box-Gebiet– um rund 0.3 niedriger als im gefilterten. Dieser Unterschied bleibt im Feld-Bereich über alle Lags in etwa konstant. Im Gebiet der Box laufen die Korrelationswerte mit kleiner werdenden negativen Lags deutlich auseinander: Eine hundertprozentige Überschätzung der Korrelation bei Lag -2, wächst zu einer 4-fachen Überschätzung bis Lag -9 an. Danach ist sie nicht mehr zu erfassen, da die Korrelation im ungefilterten Fall bereits verschwunden ist.

Man erkennt im Allgemeinen ein Abklingen der Korrelation, die einem etwas flacheren Verlauf der blauen Kurve aus Abb. 3.2 entspricht.

Selbst diese ungefilterten Korrelationswerte dürfen als zu hoch angesehen

werden, da *zusätzlich* die saisonale Mittelung ein halbes Jahr beträgt, was die Anzahl der statistischen Freiheitsgrade weiter reduziert.

Nichtsdestotrotz erkennt man in der ungefilterten Darstellung (Abb. 3.4) ähnliche Strukturen wie im gefilterten Fall (Abb. 3.1): Es wird wiederum deutlich, dass nach einem raschen Abklingen der Korrelationskoeffizienten von Lag 0 bis -2, die Maximalwerte über die Lags -3 bis -5 in etwa konstant bleiben. Anschließend nehmen sie bis Lag -9 erneut zu, um dann in der Fläche und quantitativ geringer zu werden.

Allerdings –und hierin unterscheiden sich die gefilterten von den ungefilterten Analysen deutlich– ist in Abb. 3.4 ab Lag -5 kaum eine Verlagerung von Telekonnektionen mehr auszumachen. Auf diesen Bereich hoher stationärer Korrelationswerte zwischen $40^{\circ}N$ und $55^{\circ}N$ wird in den folgenden Kapiteln immer wieder eingegangen. Es wird sich herausstellen, dass dies Gebiete mit hohem atmosphärischen Einfluss sind.

4 Methoden zur Auffindung dominanter Moden

Um Einsicht in komplexe dynamische Systeme mit vielen Freiheitsgraden zu erhalten, ist es nützlich, diese in niederdimensionale Unter-Systeme zu zerlegen, die die dynamischen Eigenschaften des gesamten Systems wiedergeben. Eine Möglichkeit, die Anzahl der Freiheitsgrade zu reduzieren, gleichzeitig aber einen möglichst hohen Anteil der ursprünglichen Varianz beizubehalten, bietet die Zerlegung in *Empirische Orthogonal Funktionen* (EOFs). Bei der anschließenden Analyse werden nur diejenigen Unter-Systeme berücksichtigt, deren Einzel-Varianzen einen überwiegenden Anteil (“erklärte Varianz”) der ursprünglichen Varianz ausmachen.

4.1 Gewöhnliche EOFs

Analog zur Entwicklung eines Vektors in eine bestimmte Vektorbasis – wobei sich dessen Komponenten aus der Projektion (Skalarprodukt) des Vektors auf die Basis ergeben – wird bei der gewöhnlichen EOF-Analyse der Datenvektor $\langle x |$ in Basisvektoren $\langle e |$ und *Principal Components* zerlegt:

$$\langle x |_{(t)} = \sum_{i=1}^n \alpha_{(t)}^i \langle e^i | . \quad (4.1)$$

Das hochgestellte i bezeichnet den i -ten Basisvektor (EOF), nicht die i -te Komponente, und $\alpha_{(t)}^i$ die zugehörigen *Principal Components* (“PCs”). Die t -Indizes in Gleichung (4.1) sollen darauf hinweisen, dass es sich bei den PCs $\alpha_{(t)}^i$ um Zeitreihen handelt, falls $\langle x |_{(t)}$ zeitabhängig ist. Der Einfachheit halber wird er im Folgenden weggelassen.

Die einzelnen EOFs werden im Raum derart angeordnet, dass sie in Richtung größter Variabilität “weisen“, gleichzeitig unterliegen sie der Orthogonalitätsbedingung, siehe Abschnitt 4.1.1, Beispiel. Mit anderen Worten: Es wird eine orthogonale zeitunabhängige Basis gesucht, die die *erklärte Varianz* maximiert.

4.1.1 EOFs aus Eigenwertgleichung

Will man diese Basis berechnen, gelangt man zur Eigenwertzerlegung der Kovarianzmatrix¹. Und es stellt sich heraus, dass die EOFs gerade die Eigenvektoren dieser Matrix sind. Sie seien hier auf 1 normiert.²

Ausgangspunkt ist die Minimierung des Funktional³

$$\mathcal{E} \left(\left\| \langle x | - \sum_{i=1}^n \langle x | e^i \rangle \langle e^i | \right\|^2 \right) .$$

Dies entspricht der Suche nach dem kleinsten mittleren quadratischen Fehler zwischen dem Datenvektor $\langle x |$ und seiner Approximation nach Gl. (4.1) [von Storch and Zwiers, 1999]. Im weiteren Verlauf wird deutlich, dass die Minimierung des Funktional gleichbedeutend mit der Maximierung von $Var(\alpha^i)$ ist. Die EOF-Analyse ist also eine Methode, bei der die Varianz der PCs maximiert wird. Sie ist gegeben durch:

$$Var(\alpha^i) = \langle e^i | \sum_{t=1}^m \left(|x^t\rangle \langle x^t| \right) | e^i \rangle , \quad (4.2)$$

wobei $\sum_{t=1}^m (|x^t\rangle \langle x^t|)$ die Kovarianzmatrix des Datenvektors $\langle x |_{(t)}$ aus Gl. (4.1) ist. Da es sich um eine symmetrische Matrix handelt, besitzt die Kovarianzmatrix vom Rang r stets genau r linear unabhängige Eigenvektoren, die paarweise orthogonal sind [Zurmühl and Falk, 1984]. Diese Orthogonalität ist von fundamentaler Bedeutung: Sie garantiert die beste Approximation der Ausgangsdaten durch EOF/PC-Pärchen⁴. Dies bedeutet, dass die erklärte Varianz des ersten Modes⁵ bei gewöhnlichen EOFs *immer* maximal ist. Sie fällt bei anderen (z.B. rotierten) EOF-Analysen stets geringer aus. Mit der Eigenwertgleichung

$$\sum_{t=1}^m \left(|x^t\rangle \langle x^t| \right) | e^i \rangle = \lambda_i | e^i \rangle$$

¹Eine ausführliche Diskussion der Kovarianzmatrix befindet sich in Anhang C.

²Die Einflüsse unterschiedlicher Normierungen werden in 4.1.3 besprochen.

³Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird hier wieder $\mu = 0$ angenommen.

⁴In Anhang B wird diese Eigenschaft bewiesen.

⁵Eine Präzisierung des Begriffs »Mode« ist in Anhang D gegeben.

und Gl. (4.2) ergibt sich die Relation

$$Var(\alpha^i) = \lambda_i ,$$

d.h. die Varianz eines PCs wird durch den zugehörigen Eigenwert bestimmt. Diese Eigenwerte besitzen die Eigenschaft, eine monoton fallende Folge reeller Zahlen zu bilden, d.h. die führenden EOFs leisten den größten Beitrag zur erklärter Varianz. Ihre PCs sind –wie im folgenden Beispiel vorgeführt wird– paarweise unkorreliert.

Anhand eines Beispiels in zwei Dimensionen kann man die Grundzüge der EOF-Analyse geometrisch verdeutlichen. Gewählt werden in Gleichung (4.1) $n = 2$ Dimensionen, damit das Beispiel in der Bildebene bleibt; sowie zwei zentrierte Zeitreihen $\langle x_1 |$ und $\langle x_2 |$ (Anomalien). Dabei handelt es sich um tägliche Messungen der Lufttemperatur (Einheit: $^{\circ}F$) an den Orten Ithaca und Canadaigua, USA. Sie weisen eine Korrelation von 0.92 auf und besitzen die Varianzen $Var(\langle x_1 |) = 185.47 \text{ } ^{\circ}F^2$ und $Var(\langle x_2 |) = 77.58 \text{ } ^{\circ}F^2$. Da die Kovarianzmatrix vom Rang 2 ist, besitzt sie genau zwei EOFs: $\langle e_1 |$ und $\langle e_2 |$. Die zugehörigen Eigenwerte sind $\lambda_1 = 254,76 \text{ } ^{\circ}F^2$ und $\lambda_2 = 8,29 \text{ } ^{\circ}F^2$. Die Varianz des Gesamtsystems entspricht der Spur der Kovarianzmatrix und beträgt $263,05 \text{ } ^{\circ}F^2$.

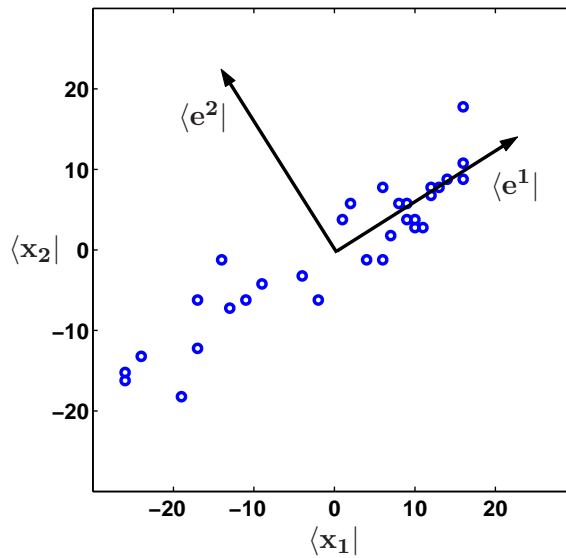


Abb. 4.1: Streuplot der Zeitreihen $\langle x_1 |$ und $\langle x_2 |$ (blau, $^{\circ}F$). Zugehörige EOFs (schwarz). Die Orientierungen der Eigenvektoren sind in Abbildung 4.1 dargestellt, ihre Beträge zur Verdeutlichung vergrößert worden; gerechnet wurde mit Einheitsvektoren. Augenscheinlich ist $\langle e_1 |$ parallel zur Richtung maximaler gemeinsamer Variabilität der Datenvektoren orientiert. Die Punktwolke ist um

den selben Winkel geneigt wie $\langle e_1 |$. Da die Daten in nur zwei Dimensionen vorliegen, gibt die Orthogonalitätsbedingung –bis auf das Vorzeichen– die Orientierung von $\langle e_2 |$ vor. Es wird deutlich, dass dieser Eigenvektor die Richtung der geringsten gemeinsamen Variabilität angibt.

Die beiden Eigenvektoren bezeichnen somit eine neue orthogonale Basis, auf die man die Datenvektoren beziehen kann. In dieser Basis werden die neuen Komponenten der ursprünglichen Datenvektoren durch Projektion auf das neue Basissystem gewonnen: Auflösen von Gleichung (4.1) nach α^i liefert diese Komponenten. Die so genannten *Principal Components*⁶. Ein Maß für die Varianz der PCs ist deren Grad der Streuung entlang der Eigenvektoren. Dieser Grad ist offensichtlich im Fall von α^1 bezogen auf die neue Basis deutlich höher, verglichen mit der ursprünglichen.

In der Tat ist die Varianz von α^1 gleich dem Eigenwert $\lambda_1 = 254,76^\circ F^2$, vgl. Tabelle 4.1, zweite Zeile, vierte Spalte. $Var(\alpha^2)$ ist weitaus geringer, nämlich $\lambda_2 = 8,29^\circ F^2$. Addiert man diese Varianzen, so erhält man wieder die ursprüngliche Varianz des Gesamtsystems: $263,05^\circ F^2$.

Der erste PC besitzt somit den weitaus größten Anteil an *erklärter Varianz*:

$$\lambda_1 / \sum_{i=1}^2 \lambda_i \cdot 100 = 96,8\% . \quad (4.3)$$

An dieser Stelle soll auf die Fußnote in von Storch and Zwiers [1999, Seite 294] hingewiesen werden, die sinngemäß lautet:

Wenn man sagt, ‘ Y erklärt p Prozent der Varianz von X ’, dann bedeutet dies, $(X - Y)$ machen $(100 - p)$ Prozent der Varianz von X aus. Die vorhergehende Aussage leitet fehl, da kausal nichts “erklärt” wird. Lediglich ein Teil der Variabilität von X wird durch Y beschrieben.

Die Eigenschaft der Punktwolke, bezogen auf das neue Basissystem *keine* Neigung aufzuweisen, bedeutet die paarweise Unabhängigkeit der Principal Components. Tatsächlich ist $Corr(\alpha_1, \alpha_2) = 0$.

Dieses Beispiel mag sehr schlicht erscheinen. Es ist aber vollkommen ausreichend, um gewöhnliche EOFs, rotierte EOFs und DEOFs gegeneinander abzugrenzen. Dies wäre ohne erheblichen mathematischen Aufwand zu betreiben, schwer möglich. Deswegen wird es auch in den folgenden Kapiteln immer wieder aufgegriffen.

⁶Zur ausführlichen Erläuterung, siehe Anhang B, Schlussbemerkung.

4.1.2 EOFs als Filter

In den vorhergegangenen Abschnitten wurde deutlich, dass dynamische Systeme in mehrere Unter-Systeme zerlegt werden können, und jedes dieser Unter-Systeme aus einer zeitunabhängigen Basis (EOF) samt ihrer zugehörigen Zeitreihe (PC) besteht. Nach Gl. (4.1) kann man diese Unter-Systeme wieder zum Gesamtsystem zusammensetzen (“Rekonstruktion“). Diese Rekonstruktion bietet die Möglichkeit, das ursprüngliche System zu filtern, berücksichtigt man hierbei nicht alle n Unter-Systeme. Da sie nach ihrem Beitrag zur ursprünglichen Varianz in fallender Folge geordnet sind, kann man die erklärte Varianz des gefilterten Systems Gl. (4.3) folgend, angeben. Ganz natürlich kommt hier die Frage auf, wie viele Unter-Systeme man berücksichtigen muss, damit der wichtigste Informationsgehalt der Ausgangsdaten bestehen bleibt. Mit anderen Worten geht es darum, Signal von Hintergrundrauschen zu trennen. Leider gibt es keine allgemein gültige Regel, die auf alle Datensätze anwendbar ist. Bei Preisendorfer [1988] werden einige Methoden diskutiert. Das hier verwendete Auswahlkriterium basiert auf der Selektion dominanter Varianzen: Übersteigt ein Eigenwert (und damit die erklärte Varianz), den nächsten um ein Vielfaches, so wird i. d. R. die Rekonstruktion an dieser Stelle abgebrochen. Meist genügt es dabei, sich auf wenige führende EOFs zu beschränken.

Die Verteilung der Varianz auf die einzelnen Moden, kann durch die Anzahl so genannter räumlicher Freiheitsgrade⁷ [Fraedrich et al., 1995] abgeschätzt werden. Sie zeigt an, wie viele Unter-Systeme kumulativ rund 90% der Varianz erklären.

Das gefilterte Feld besitzt die selben zeitlichen und räumlichen Dimensionen wie das Ausgangsfeld.

4.1.3 EOFs: Normierung und Darstellung

In der Eigenwert-Berechnung werden die Eigenvektoren meist auf 1 normiert

$$\sqrt{\langle e^i | e^i \rangle} = 1$$

angegeben, da Multiplikation der Eigenvektoren mit einem konstanten Faktor auch Lösung des selben Eigenwertproblems ist. Somit können, “gutmüti-

⁷Räumliche Freiheitsgrade werden in Abschnitt 5.3 vorgestellt.

ges Verhalten⁸“ vorausgesetzt, die EOFs bis auf das Vorzeichen eindeutig bestimmt werden. In der EOF-Analyse führt eine Normierung der Eigenvektoren nach Gleichung (4.1) auch zu einer Umskalierung der PCs:

$$c \langle e^i | \rightarrow \frac{1}{c} \alpha^i , \quad (4.4)$$

mit Skalierungskonstante $c \in \mathbb{R}$.

So ändert sich beispielsweise die Varianz der PCs mit dem Quadrat der Konstanten:

$$Var(c \alpha^i) = c^2 Var(\alpha^i) , \quad (4.5)$$

was nichts anderes bedeutet, als dass die Varianz –wie auch die Kovarianz– *nicht* skaleninvariant ist. Die Festlegung auf eine bestimmte Skalierung hat weitreichenden Einfluss bei der Anwendung rotierter EOF-Analysen, siehe Unterkapitel 4.2.2 . Eine Umskalierung ist auch für die graphische Darstellung vorteilhaft, da die skalierten EOFs Zusammenhänge von PCs und Ausgangsfeld direkt aufzeigen:

Normierung(EOF)	Normierung(PC)	$\mathcal{E}(\alpha^i)$	$Var(\alpha^i)$	$Corr(\alpha^i, \langle x)$
$\ e^i\ = \sqrt{\lambda_i}$	$\ \alpha^i\ = 1/\sqrt{\lambda_i}$	0	1	$e^i/\sigma_{\langle x }$
$\ e^i\ = 1$	$\ \alpha^i\ = 1$	0	λ_i	$e^i\sqrt{\lambda_i}/\sigma_{\langle x }$

Tab. 4.1: Einfluß der Skalierung mit $c = \sqrt{\lambda_i}$ (1. Zeile) auf Eigenschaften von PCs und EOFs, verglichen mit Einheits-EOFs (2. Zeile).

Die EOFs sind proportional zur Korrelation zwischen PC und Ausgangsfeld, wenn man mit $c = \sqrt{\lambda_i}$ (Wurzel des Eigenwerts) skaliert. Außerdem tragen sie nun die Einheiten der Ausgangsgröße, und die Varianz der PCs ist nach Gl. (4.5) auf 1 normiert. Diese Darstellungsweise wird hier ausschließlich verwendet. Sie zeigt die räumliche Verteilung (“Feld”) simultan auftretender Variabilität im jeweiligen Mode. Die auftretenden Muster werden oft als unkorrelierte “*modes of variability*“ des zugrundeliegenden Datensatzes

⁸Es treten keine Entartungen auf, d.h. zu jedem Eigenwert existiert genau ein Eigenvektor.

bezeichnet. Zu den prominentesten Klima-Moden gehören u.a. die *Nordatlantische Oszillation* (NAO) und die *El Niño-Southern Oscillation* (ENSO). Deren Aus- und Wechselwirkungen bezüglich weiterer klimarelevanter Faktoren bleiben Gegenstand aktueller Forschung.

Als Beispiel für Moden, die per EOF-Analyse visualisiert werden können, sei hier die NAO angeführt. Offenkundig ist in diesem Fall die Identifikation von atmosphärischem Prozess und EOF-Muster.

In Abb. 4.2 sind die beiden ersten EOFs des Luftdrucks auf Meereshöhe (“EOF_{SLP}“) dargestellt. Man erkennt deutlich die Dipolstruktur in der ersten EOF, mit einem Pol über Island und einem mit gegensätzlichem Vorzeichen über den Azoren.

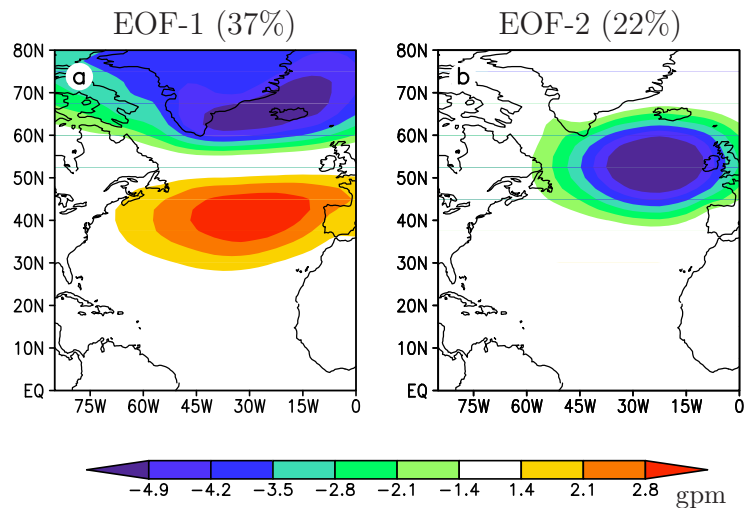


Abb. 4.2: a) EOF-1 (37%) und b) EOF-2 (22%) des Luftdrucks auf Meereshöhe. Alle Kalendermonate. Die erklärten Varianzen sind in Klammern angegeben.

Sie zeigen die Zentren größter simultaner Variabilität, die sich räumlich etwa mit dem Azoren-Hoch, respektive dem Island-Tief decken. Dies ist der vorherrschende Mode (erklärte Varianz: 37%) im nordatlantischen Raum. Dieses klassische NAO-Muster ist in allen Kalendermonaten –in der Wintersaison jedoch am ausgeprägtesten– zu beobachten. Eine Beschreibung dieses Phänomens ist beispielsweise in [Marshall et al., 2001] geboten.

Die zweite EOF (erklärte Varianz rund 22 %) wird manchmal als Ost-Atlantisches Muster bezeichnet. Sie besteht aus einem Monopol südlich von Island.

4.2 Rotierte EOFs

Vorteil und gleichzeitig Nachteil gewöhnlicher EOFs ist ihre paarweise Orthogonalität. Sie führt im günstigen Fall zu maximaler erklärter Varianz, bei gleichzeitigem Verschwinden der Korrelationen zwischen den PCs. Dies allein rechtfertigt ihre Interpretation als *unkorrelierte Moden maximaler erklärter Varianz*.

Im ungünstigen Fall kann die Orthogonalitätsbedingung vor allem für die zweiten und weiteren EOFs zu Problemen bei der Interpretation führen: Anders als die erste EOF, deren Orientierung im Raum ausschließlich von der maximalen Varianz der Rohdaten abhängt, sind alle folgenden EOFs zueinander orthogonal angeordnet. D.h. die Orientierungen der folgenden EOFs sind von der ersten EOF *abhängig*, wie am Beispiel von Seite 33 verdeutlicht. Dieses Problem tritt bei rotierten EOFs (‘‘REOF‘’) nicht mehr auf. Der Vollständigkeit halber soll hier kurz auf sie eingegangen werden.

4.2.1 REOFs: Abhängigkeit von Normierung

Bei Rotations-Verfahren wie beispielsweise VARIMAX, werden gewöhnliche EOFs in ein neues Basissystem transformiert. Die rotierten EOFs sind in der Regel *nicht* mehr paarweise orthogonal. Normiert man die EOFs vor der Rotation auf 1, kann man deren Orthogonalität bewahren. Allerdings sind die RPCs lediglich dann unkorreliert, wenn man die gewöhnlichen EOFs mit der Wurzel des Eigenwertes skaliert. Es ist also stets *entweder* Unkorreliertheit *oder* Orthogonalität erreichbar. Deswegen sind die erklärten Varianzen nicht länger additiv.

Anhand des Beispiels von Seite 33 soll die Rotation nach dem VARIMAX-Prinzip verdeutlicht werden. Die Normierung ist so gewählt, dass die RPCs paarweise unkorreliert sind. Dies verdeutlicht sich in Abb. 4.3 dadurch, dass die Punktwolke kaum Neigung gegenüber der REOF-1 $\langle \hat{e}^1 |$ aufweist. Die Unkorreliertheit der RPCs impliziert aber, dass die REOFs nicht mehr orthogonal zueinander stehen. Dies ist in Abb. 4.3 deutlich erkennbar. Ein Vergleich von erster REOF $\langle \hat{e}^1 |$ und gewöhnlicher EOF-1 $\langle e^1 |$ zeigt, dass sie nahezu in die gleiche Richtung weisen. Da die erste EOF *immer* die Richtung maximaler Varianz⁹ angibt, weichen die erklärten Varianzen von EOF-1 (96,8%)

⁹Der Beweis dieses Maximalprinzips wird in Anhang B geführt.

und REOF-1 (96,5%) kaum voneinander ab. Auch die PCs und RPCs weisen ein hohes Maß an Übereinstimmung auf: der Korrelationswert zwischen PC-1 und RPC-1 beträgt 0,95. Der Wert zwischen PC-2 und RPC-2 liegt bei ebenfalls 0,95. Aufgrund der gewählten Normierung verschwindet die Korrelation zwischen den RPCs.

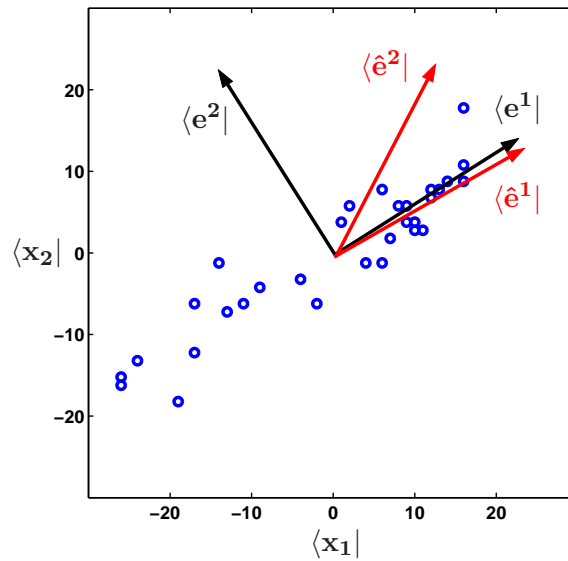


Abb. 4.3: Streuplot der Zeitreihen $\langle x_1 \rangle$ und $\langle x_2 \rangle$ (blau, °F). Zugehörige EOFs (schwarz). Rotierte EOFs (rot) nach VARIMAX-Prinzip. Deutlich zu erkennen: die REOFs stehen *nicht* orthogonal zueinander.

4.2.2 Rotations-Methoden

Bei der Rotation von EOFs wird ein so genanntes “Simplicity“-Funktional maximiert. Die explizite Form dieses Funktionals hängt von den jeweiligen Kriterien ab, die man als “simple“ erachtet. Es existiert eine hohe Anzahl verschiedener Funktionale, z.B. VARIMAX, PROMAX, VARTMAX, etc. [Björnsson and Venegas, 1997]. Die Subjektivität bei der Wahl eines Funktionals und die Abhängigkeit der rotierten EOFs von den geometrischen Abmessungen des Untersuchungsgebietes, lassen sie sehr willkürlich erscheinen. Aus diesen Gründen werden sie hier nicht weiter verwandt. Vielmehr gilt ihre Einführung dazu, auf die Vorzüge der im folgenden Unterkapitel besprochenen Rotationsmethode hinzuweisen.

4.3 DEOFs

Eine angeregte Diskussion darüber, ob die (gewöhnliche, sowie rotierte) EOF-Analyse anfällig ist, Moden zu suggerieren, die keine physikalische Entsprechung haben, kann in [Dommenget and Latif, 2002a; Behera et al., 2003; Jolliffe, 2003] nachvollzogen werden. Dort wird anhand von künstlichen Beispielen gezeigt, dass diese Analysemethoden nicht immer in der Lage sind, die Variabilität der Daten korrekt wiederzugeben.

In diesem Abschnitt wird eine Rotationsmethode vorgestellt, die das Auffinden physikalischer Moden erleichtert. Diese Methode formuliert eine objektive Vergleichsmöglichkeit, gegenüber der man gewöhnliche EOFs in Beziehung bringen kann.

In der Zeitreihenanalyse werden Autoregressive Prozesse¹⁰ verwendet, um statistische Eigenschaften von Zeitreihen simulieren und vergleichen zu können. Analog schlägt Dommenget [2005] vor, einen *räumlichen* Autoregressiven Prozess erster Ordnung an die Ausgangsdaten anzupassen. Anstelle der Dekorrelationszeit tritt hier eine Dekorrelationslänge d_0 . Sie kann über die Anzahl räumlicher Freiheitsgrade der Ausgangsdaten bestimmt werden [Fraedrich et al., 1995]. Das exponentielle Abklingen der räumlichen Autokorrelationsfunktion c ist analog zur zeitlichen:

$$c(d_{ij}) = e^{-d_{ij}/d_0} , \quad (4.6)$$

wobei d_{ij} den Abstand der Gitterpunkte i und j bezeichne. Unter Verwendung von Gl. (4.6) kann eine Kovarianzmatrix erstellt werden, die einen rein diffusiven Prozess beschreibt. Sie gibt sozusagen den “Grundzustand ohne Aussagekraft“ an, d.h. einen Zustand, der keine Telekonnektionen, keine signifikanten Moden besitzt. Die Eigenvektoren (EOFs) dieser Kovarianzmatrix werden als Nullhypothese angesehen. Ihr gegenüber kann man die EOFs der Ausgangsdaten vergleichen.

Den diffusiven Charakter der Nullhypothese-Kovarianzmatrix kann man daran erkennen, dass ihre erste EOF einen Monopol darstellt, dessen Maximum im Zentrum des durch i und j aufgespannten Gebiets liegt. Der zentrale Gitterpunkt hat im Mittel zu allen anderen Punkten den geringsten

¹⁰Autoregressive Prozesse werden in Abschnitt 9.1 vorgestellt. An dieser Stelle soll dortigen Erklärungen nicht vorgegriffen werden.

Abstand und kovariiert nach Gl. 4.6 am meisten mit ihnen. Das Abklingen der Kovarianzfunktion “nach Außen hin“ ist die mathematische Entsprechung Brownscher Molekularbewegung, der Ursache von Diffusion.

Die hier vorgestellte Rotationsmethode basiert auf der Annahme, dass physikalisch signifikante Moden weit von einem einfachen diffusiven Prozess abweichen. Deswegen werden die führenden gewöhnlichen EOFs derart rotiert, dass das Verhältnis von erklärter Varianz im Ausgangsdatensatz zu erklärter Varianz der Nullhypothese maximal wird. Diese rotierten EOFs werden DEOFs (“*distinct EOFs*“), die zugehörigen Principal Components DPCs genannt. Die DEOFs weisen in Richtung höchster Variabilität, die von der Nullhypothese abweicht.

Da die Ausgangs-EOFs paarweise rotiert werden, bilden die DEOFs weiterhin ein Orthogonalsystem, unabhängig von der Normierung. *Gleichzeitig* sind die DPC wechselweise unkorreliert.

Im Gegensatz zu anderen Rotationsmethoden wie z.B. VARIMAX, bemüht sich diese Methode um einen objektiven Vergleich mit einem Varianzfeld (Nullhypothese), das einen einfachen diffusiven Prozess beschreibt.

Das Beispiel von Seite 33 wird hier im Sinne der DEOF-Analyse wieder aufgegriffen. In Abb. 4.4 sind die DEOFs $\langle \hat{e}^i |$ und die EOFs $\langle e^i |$ dargestellt.

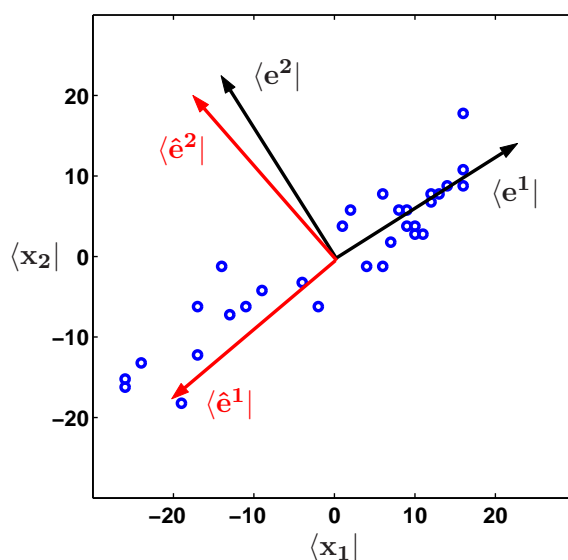


Abb. 4.4: Streuplot der Zeitreihen $\langle x_1 |$ und $\langle x_2 |$ (blau, °F). Zugehörige EOFs (schwarz) und DEOFs (rot).

Man erkennt deutlich, dass die DEOF-1, bis auf das Vorzeichen, in eine ähnliche Richtung weist wie die EOF-1. Verglichen mit der REOF-1 von Seite

38 weicht sie jedoch mehr von der Richtung der EOF-1 ab. Dies zeigt sich auch an den Eigenwerten. Der erste Eigenwert $\lambda_1 = 248,73 \text{ } ^\circ F^2$ ist niedriger als sein Pendant von Seite 33, was wegen des EOF-Maximalprinzips auch so sein muss. Der zweite Eigenwert $\lambda_2 = 14,32 \text{ } ^\circ F^2$ fällt höher aus, da sich die Gesamt-Varianz auf die beiden DPCs aufteilt. Die erklärte Varianz beträgt 94,6% für den ersten und 5,4% für den zweiten Mode. Da sie –im Gegensatz zu allgemeinen rotierten EOFs– additiv ist, ergibt sich aus der Summe wieder die Gesamt-Varianz: $263,05 \text{ } ^\circ F^2$. Die relativ hohe Abweichung der DEOFs von den EOFs lässt sich dadurch erklären, dass dieses Beispiel per Konstruktion einem diffusiven Prozess ähnelt: Die Kovarianzmatrix dieses Beispiels besteht aus vier Einträgen. Da die höchsten Werte auf der Hauptdiagonalen stehen und sie symmetrisch ist, nimmt die Kovarianz “nach Außen hin“ ab. D.h. die Kovarianzmatrix ähnelt der Nullhypothesen-Matrix.

5 Unterschiede und Gemeinsamkeiten: EOFs & DEOFs

Im vorangegangenen Kapitel wurde die EOF- und DEOF-Methode jeweils einzeln vorgestellt und mit Hilfe eines niederdimensionalen Beispiels verglichen. In diesem Abschnitt bewegt sich die Anschauung aus der Bildebene hinaus und an reale Vorgänge heran: Anhand von Analysen der SST und des SLP soll auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten der Methoden eingegangen werden. Da sie in den ersten Moden besonders beispielhaft sind, werden zunächst lediglich EOF-1 und DEOF-1 diskutiert.

Das Ergebnis wird sein, dass die Muster umso stärker voneinander abweichen, je mehr der gewöhnliche EOF-Mode einem räumlichen AR(1)-Prozess (Monopol) ähnelt.

5.1 Unterschiede, am Beispiel SST

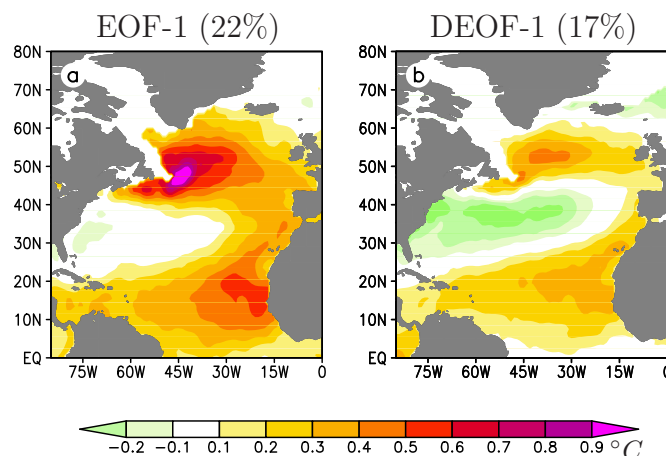


Abb. 5.1: a) EOF-1 (22%) und b) DEOF-1 (17%) der SST. Alle Kalendermonate. Die erklärten Varianzen sind in Klammern angegeben.

In Abb. 5.1 sind die erste EOF (a) und DEOF (b) der SST dargestellt. Man erkennt in der EOF-1 einen Bereich mit einheitlichem Vorzeichen (rötlich), der den überwiegenden räumlichen Anteil des nordatlantischen Beckens ausfüllt. Dieses Gebiet besitzt ein ausgeprägtes Maximum östlich von Neufundland. Im Gegensatz dazu befindet sich vor Kap Hatteras ein kleiner Bereich mit umgekehrtem Vorzeichen und geringer Amplitude (grünlich). Der gesamte erste Mode entspricht dem von Czaja and Frankignoul [2002] zitierten *horseshoe-pattern* (“hufeisenförmiges Muster“). Er besitzt eine starke Ähnlichkeit mit einem Monopol und folglich mit einem räumlichen AR(1)-Prozess.

Man erwartet von der DEOF-1 also ein abweichendes Ergebnis. In der Tat zeigt der erste DEOF-Mode eine gar andere Struktur: Die Gebiete unterschiedlichen Vorzeichens besitzen Amplituden ähnlicher Größe, und der Pol östlich von Kap Hatteras ist räumlich stärker ausgeprägt. Die DEOF-1 gleicht also mehr einem Tripol-Muster, das –wie in Abschnitt 7.2.1 gezeigt wird– stark dem Regressionsmuster von NAO-Index auf SST-Feld ähnelt. Die erklärten Varianzen von EOF-1 (22%) und DEOF-1 (17%) unterscheiden sich um 23%. Der Korrelationswert zwischen PC-1 und DPC-1 beträgt 0,85. Die räumlichen Muster aus (a) und (b) sind mit 0,74 korreliert.

5.2 Gemeinsamkeiten, am Beispiel SLP

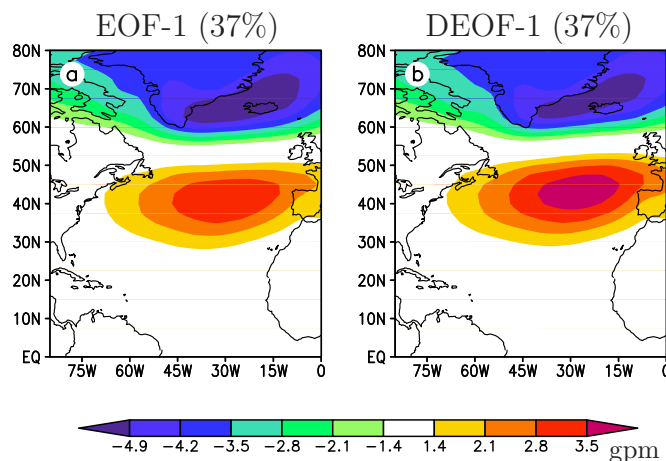


Abb. 5.2: a) EOF-1 (37%) und b) DEOF-1 (37%) des SLP. Alle Kalendermonate. Die erklärten Varianzen sind in Klammern angegeben.

Das bereits auf Seite 37 diskutierte NAO-Muster der ersten EOF zeigt einen ausgeprägten Dipol und weicht damit gänzlich von einer Monopol-Struktur

ab (5.2a). Die DEOF-1 (b) weist ein übereinstimmendes Muster hinsichtlich der räumlichen Verteilung und der Amplitude auf. Die erklärten Varianzen von EOF-1 und DEOF-1 betragen beide 37%. Dies bedeutet wegen des Maximalprinzips gewöhnlicher EOFs, dass in diesem Fall EOFs und DEOFs nahezu identisch sind. Dies wird durch den extrem hohen Korrelationskoeffizienten von 0,99 zwischen den Mustern (a) und (b) bestätigt. Die Korrelation zwischen PC-1 und DPC-1 nimmt ebenfalls den Wert 0,99 an.

5.3 Weitere Moden

Im Folgenden werden Moden höherer Ordnung dargestellt und diskutiert. Zusammen mit der Verteilung der erklärten Varianz lässt sich ein Überblick der Gesamtvariabilität von SST und SLP gewinnen. Die *räumlichen Freiheitsgrade* (*“dof“*) sind ein skalares Maß für die Anzahl statistisch unabhängiger räumlicher Muster. Nach Bretherton et al. [1999] ergeben sie sich aus den erklärten Varianzen $eVar$ zu

$$dof = \left(\sum_{i=1}^n (eVar_i/100)^2 \right)^{-1} .$$

Die räumlichen Freiheitsgrade beschreiben somit den Grad der Komplexität eines Systems und können als Auswahlkriterium bei der Filterung von Daten verwendet werden (vgl. Abschnitt 4.1.2). Sie geben die Anzahl Moden an, deren kumulative erklärte Varianz etwa 90% ausmacht [Bretherton et al., 1999].

5.3.1 SLP

Beim Luftdruck auf Meereshöhe treten Muster in den ersten beiden Moden auf, die einen überwiegenden Anteil der Gesamtvariabilität ausmachen (Abb. 5.2 und 5.3). NAO und Ost-Atlantisches Muster (vgl. Abschnitt 4.1) erklären gemeinsam bereits über 50% der Varianz, sowohl bei der EOF- als auch bei der DEOF-Methode. Beim Ost-Atlantischen Muster (2. Mode) ist der Unterschied im Ergebnis von EOF- und DEOF-Analyse erneut offenbar: Die DEOF-2 weicht von der Monopol-Struktur der EOF-2 ab (Abb. 5.3b); ihre Muster sind dennoch mit 0,6 korreliert. Ähnlicher sind sich die Ergebnisse des dritten Modes: EOF-3 und DEOF-3 sind etwas höher als die Muster des zweiten Modes korreliert: 0,7.

Die Anzahl der räumlichen Freiheitsgrade des SLP ist bei beiden Methoden in etwa gleich: 4,7 für die EOF- und 5,3 für die DEOF-Analyse.

Das rasche Abklingen der erklärten Varianzen mit wachsender Anzahl Moden und die geringe Anzahl der räumlichen Freiheitsgrade zeigen an, dass das SLP-System eine weniger komplexe Struktur besitzt, verglichen etwa mit dem der SST.

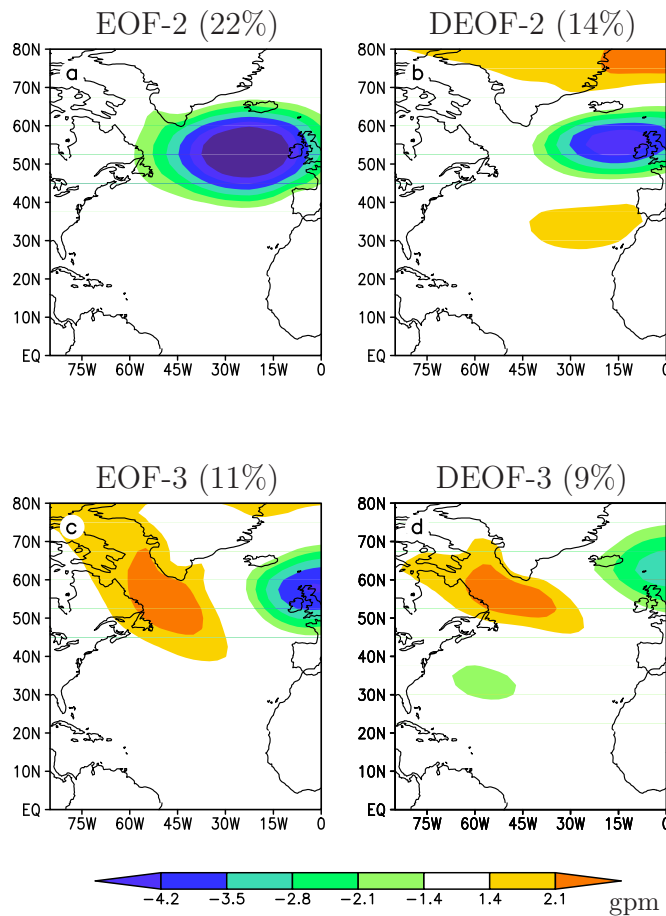


Abb. 5.3: SLP: a) EOF-2 (22%), b) DEOF-2 (14%), c) EOF-3 (11%) und d) DEOF-3 (9%). Alle Kalendermonate. Die erklärten Varianzen sind in Klammern angegeben.

Abbildung 5.4 kann man entnehmen, dass rund 83% der Varianz durch die ersten 5 Moden erklärt wird, was etwa der Anzahl der *dof* entspricht. Ein Anstieg von erklärter Varianz mit zunehmender Anzahl Moden (Abb. 5.4, rot) kann bei der DEOF-Analyse auftreten. Dies liegt daran, dass die DEOF-, anders als die EOF-Methode, nicht schlicht die Varianz maximiert, sondern die Abweichung von der Nullhypothese. Die Rangfolge der DEOF-Moden wird durch diese Abweichung vorgegeben, und nicht –wie üblich– durch die Höhe der erklärten Varianz.

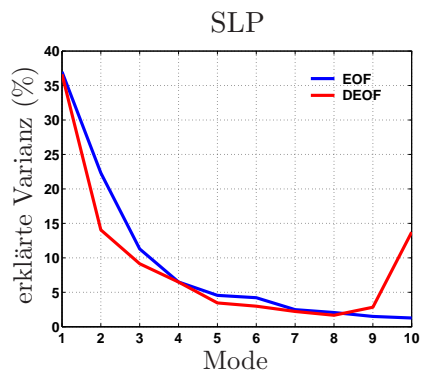


Abb. 5.4: SLP: Erklärte Varianzen der EOF (blau) und DEOF (rot). Aufgetragen gegen die Anzahl der Moden.

5.3.2 SST

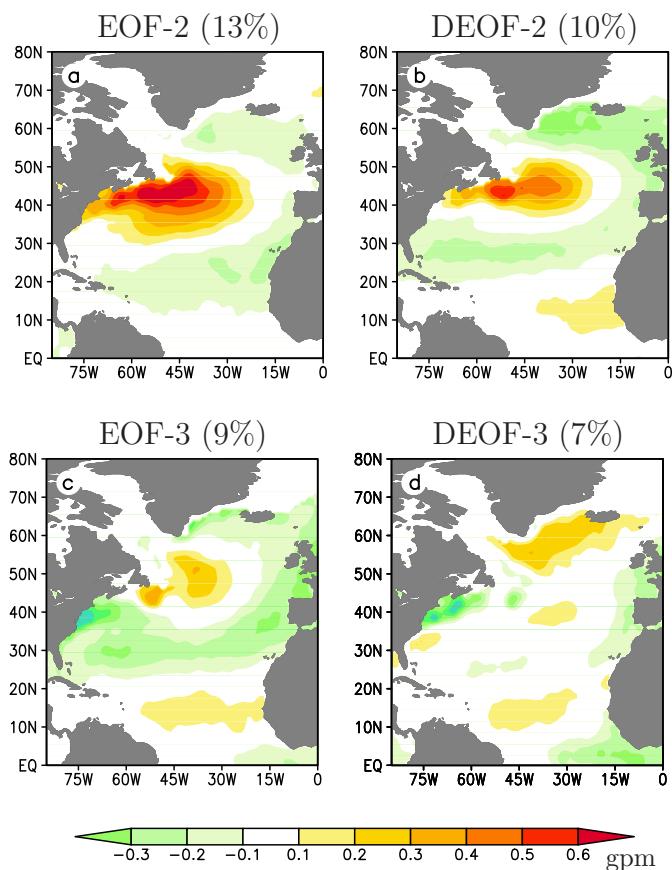


Abb. 5.5: SST: a) EOF-2 (13%), b) DEOF-2 (10%), c) EOF-3 (9%) und d) DEOF-3 (7%). Alle Kalendermonate. Die erklärten Varianzen sind in Klammern angegeben.

Die Muster der SST sind im zweiten Mode in etwa ähnlich, jedoch um rund 5° nach Norden verschoben (Abb. 5.5). Ein markanter Pol östlich von Neufundland ist sowohl bei der EOF-2 (a) als auch bei der DEOF-2 (b) zu erkennen. Ein hufeisenförmiger Bereich umgekehrten Vorzeichens erstreckt sich von etwa $20^\circ N$ bis südlich von Island. Die Korrelation zwischen beiden Mustern beträgt 0,6. Der dritte Mode der EOF (c) gleicht hinsichtlich der Struktur eher der DEOF-2 (b). Die Muster von DEOF-2 und EOF-3 sind mit 0,7 korreliert. Sie erklären beide etwa den gleichen Anteil der Gesamtvarianz. Bei der DEOF-3 treten eher kleinskalige Muster auf. Ihre Korrelation mit der EOF-3 (c) beträgt 0,5.

Das SST-System besitzt eine komplexere Struktur als beispielsweise das des SLP; und die überwiegenden Beiträge zur Gesamtvarianz verteilen sich auf mehrere Moden (Abb. 5.6).

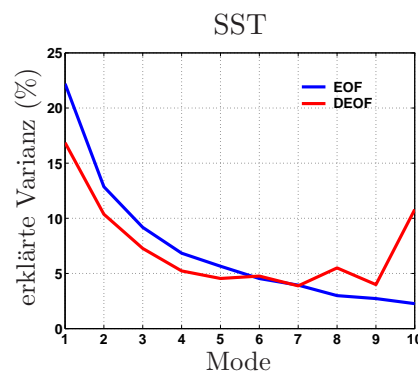


Abb. 5.6: SST: Erklärte Varianzen der EOF (blau) und DEOF (rot). Aufgetragen gegen die Anzahl der Moden.

Dies belegt auch die höhere Anzahl der räumlichen Freiheitsgrade. Bei der EOF- erhält man derer 11,3 und bei der DEOF-Analyse 14,4. Die etwas höhere Diskrepanz dieser beiden Werte –verglichen mit denen der SST– beruht auf der durchweg höheren Differenz zwischen den erklärten Varianzen der EOF- und DEOF-Methode in den führenden 5 Moden.

Zudem deutet das vergleichsweise langsame Abklingen der erklärten Varianzen bei den führenden Moden bereits an, dass eine höhere Anzahl Unter-Systeme nötig ist, um einen überwiegenden Anteil der Varianz auszumachen. Um rund 50% der Varianz zu erklären, benötigt man bei der SST etwa die ersten vier (EOF-Analyse), bzw. sechs Moden (DEOF-Analyse).

6 Untersuchung von Propagationsmustern

In den folgenden Abschnitten wird zunächst gezeigt, dass die von SA vorgestellten Hovmöller-Muster mit dem hier verwendeten *Hadley*-Datensatz trotz veränderter Bedingungen (Pfadkoordinaten, vgl. Unterkapitel 6.1.1), sehr gut reproduziert werden können.

Darüber hinaus werden diese Muster durch EOF- und DEOF-Filterung weiter analysiert, um festzustellen, ob sich ein *Advektionsmode* aus den Daten ableiten lässt, der durch einige wenige EOFs/DEOFs beschrieben werden kann.

Dabei kommt die Frage auf, ob andere Faktoren zur Generierung solcher Advektionsmuster beitragen, deren Ursprünge jedoch *nicht* advektiv sind.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit soll dieser Frage nachgegangen werden.

6.1 Hovmöller-Methode

Die Projektion eines dreidimensionalen Plots von Ort, Zeit und $f(\text{Ort}, \text{Zeit})$ auf die zweidimensionale Ort/Zeit-Ebene nennt man Hovmöller-Diagramm. Meist wird die Ordinaten- als Zeitachse verwendet.

Die unterschiedlichen Farbwerte kennzeichnen Rücken und Tröge; geht man von einer Wellenbewegung aus, auch Linien gleicher Phase. Neigen sich diese Linien gegen die Ordinatenachse (“Diagonalstruktur”), so ändert sich die Phase mit dem Ort. Auf diese Weise wird oftmals Propagation verdeutlicht.

6.1.1 Entlang der Stromachse

In diesem Fall ist der Ort, beziehungsweise die Abszissenachse, ein gekrümmter Pfad quer durch den Nordatlantik. Wie aus Abb. 6.1 ersichtlich, erstreckt er sich östlich von Kap Hatteras über rund 5400 km bis westlich von Schottland.

Die Koordinaten des Pfades sind aus Bereichen höchster Strömungsgeschwin-

digkeiten gewählt (b). Außerdem orientiert er sich an den Stromlinien des Golfstroms/NAC (a). Gebiete südlich von rund $55^\circ N$ mit Strömungsgeschwindigkeiten über 30 cm s^{-1} sind in (b) und (c) nicht dargestellt. Um die geringeren Geschwindigkeiten im Nordatlantik auflösen zu können, werden vor allem die starken westlichen Randströme in Abb. 6.1 ausgespart.

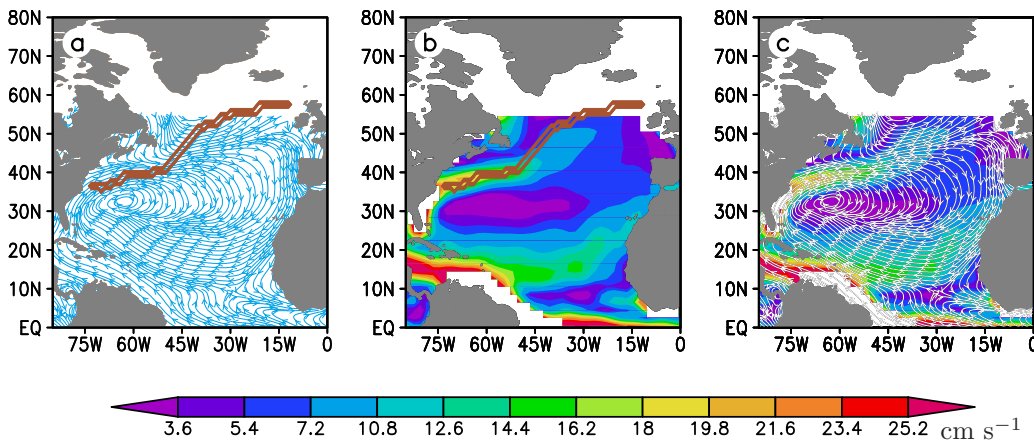


Abb. 6.1: a) Pfad (braun) und Stromlinien (blau). b) Pfad und Strömungsgeschwindigkeit (cm s^{-1}). c) Stromlinien (weiß) und Strömungsgeschwindigkeit (cm s^{-1}). Es sind ausschließlich Strömungsgeschwindigkeiten bis 30 cm s^{-1} dargestellt, um die geringeren Geschwindigkeiten abseits der westlichen Randströme sichtbar machen zu können. COADS-Datensatz.

Im Folgenden sollen die Ergebnisse von SA nachvollzogen werden. Sie verwendeten bei ihrer Hovmöller-Darstellung saisonale SST-Anomalien (November bis April) aus dem NOAA SMD94-Datensatz im Zeitraum von 1945 bis 1989. Sie wurden mit einem gleitenden Mittel über 3 Jahre versehen, um hochfrequente Fluktuationen herauszufiltern. Um die Ergebnisse vergleichen zu können, wird hier der *Hadley*-Datensatz unter den selben Mittelungsbedingungen und im selben Zeitabschnitt analysiert. Lediglich die verwendeten Pfade unterscheiden sich voneinander: Der von SA gewählte ist rund 3000 km länger als der hier vorgestellte Pfad, beginnt bereits in der Straße von Florida und endet nördlich von Schottland. Beide Pfade führen entlang der Stromrichtung von Golfstrom und NAC.

Wie aus Abb. 6.2 ersichtlich, stimmen die hier vorgestellten Ergebnisse (b) und die von SA (a) in hohem Maße überein: Die Positionen von Rücken und Trögen sind in beiden Darstellungen ähnlich, und die Amplituden der Anomalien (“ANO“) liegen im selben Bereich. Lediglich die Diagonalstruktur in (b) besitzt eine geringere Neigung gegen die Ordinatenachse. Da der Pfad

in (b) jedoch kürzer ist als in (a), bleibt das Verhältnis von Weg und Zeit in etwa gleich. In beiden Fällen ergeben sich Geschwindigkeiten von rund 2 cm s^{-1} , betrachtet man beispielsweise den Zeitraum zwischen 1950 und 1957. Wiederholt man diese Abschätzung ohne gleitende Mittelbildung, so erhält man Geschwindigkeiten von etwa 5 cm s^{-1} . Nichtsdestotrotz sind sie fast eine Größenordnung niedriger als die mittleren jährlichen Fließgeschwindigkeiten an der Meeresoberfläche, wenn man Abb. 6.1 als Vergleich heranzieht.

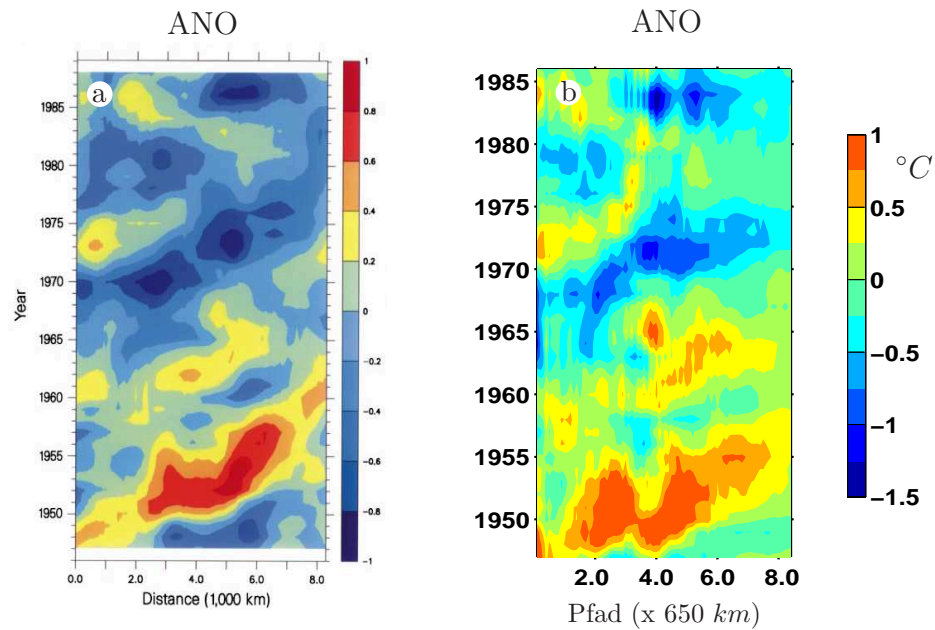


Abb. 6.2: Hovmöller-Diagramme von SST-Anomalien mit gleitendem Mittel über 3 Jahre. Im Zeitraum von 1945 bis 1989. a) Original aus: Sutton and Allen [1997]. NOAA SMD94-Datensatz ($^{\circ}\text{C}$). b) *Hadley*-Datensatz ($^{\circ}\text{C}$).

Im Vorangegangenen wurde gezeigt, dass die Ergebnisse von SA mit dem *Hadley*-Datensatz gut reproduziert werden können. Deswegen wird in den weiteren Untersuchungen der *Hadley*-Datensatz im Zeitraum von 1950 bis 2000 ausgewertet.

In Abb. 6.3 sind Hovmöller-Diagramme aus Anomalien, sowie EOF-, bzw. DEOF-gefilterten SST-Daten dargelegt. Neben dem Anomalie-Feld (a) wurden Rekonstruktionen der beiden führenden EOFs (b, 35% gemeinsame erklärte Varianz) und DEOFs (c, 27% gemeinsame erklärte Varianz) analysiert. Sie wurden jeweils einem gleitenden Mittel über 3 Jahre unterzogen.

Die auffälligsten Diagonalstrukturen aus (a) sind auch in (b) zu finden, wenn man beispielsweise die Zeiträume 1950-1959, 1965-1973 und 1983-1992 betrachtet. In der Rekonstruktion aus den DEOFs (c) sind diese Strukturen zwar dem Vorzeichen nach immer noch zu erkennen; sie besitzen allerdings keine Diagonalstruktur, die auf eine Advektion von SST-Anomalien hindeutet.

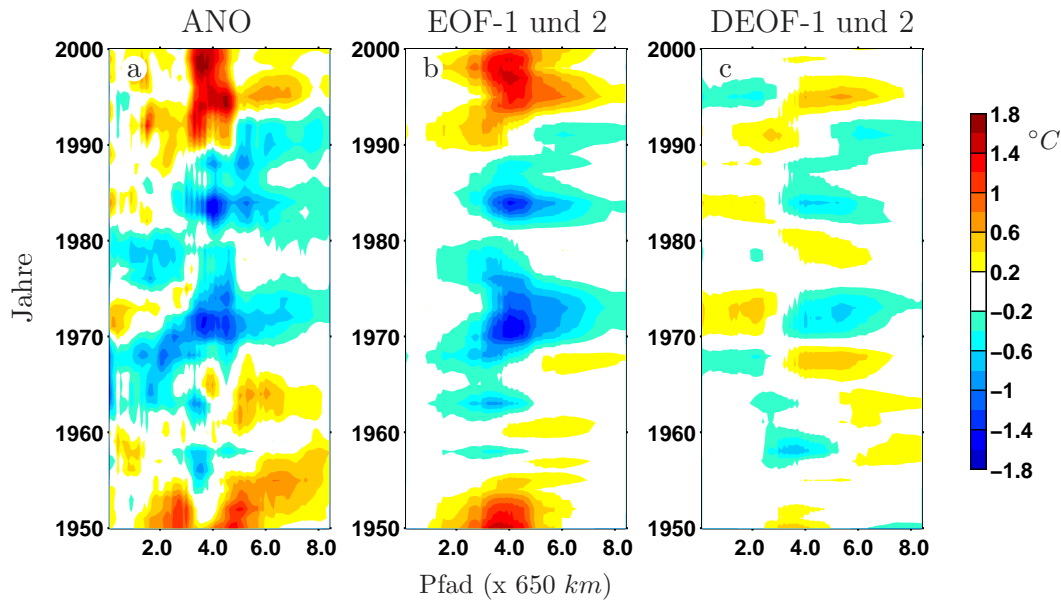


Abb. 6.3: SST: Hovmöller-Diagramme im Zeitraum von 1950 bis 2000 mit gleitendem Mittel über 3 Jahre: a) Anomalien. Rekonstruktion aus den zwei führenden b) EOFs (35%) und c) DEOFs (27%). Die kumulierten erklärten Varianzen sind in Klammern angegeben.

Es ist eher eine Dreiteilung der Struktur entlang der Gitterpunkte des Pfades auszumachen (“Horizontalstruktur“):

- i) von 1 bis 2,7: Fast ausschließlich Anomalien geringer Amplitude treten auf.
- ii) von 2,7 bis 6,0: Die stärksten, sowohl positiven wie negativen Anomalien kommen vor.
- iii) von 6,0 bis 8,4: Fast ausschließlich schwache Anomalien sind zu erkennen.

Vor allem die starken Anomalien um 1972, 1983 und 1995 aus Bereich (ii) sind in allen drei Darstellungen markant. Dieser Bereich deckt sich räumlich mit dem Gebiet hoher stationärer Werte aus den Box-Feld-Korrelationen, Abschnitt 3. In den folgenden Kapiteln wird seine besondere Rolle weiter untersucht.

7 Kopplung von Atmosphäre und SST

Da die NAO als dominantes atmosphärisches Muster im europäischen Raum auch Einfluss auf die SST ausübt [Marshall et al., 2001], soll hier die atmosphärische Einwirkung im Allgemeinen untersucht werden. In Abschnitt 7.1.1 wird sie zunächst in zeitlicher Hinsicht erörtert; anschließend mit Hilfe von Regressionsanalysen in räumlicher Hinsicht beschrieben (7.2.1). In beiden Fällen werden die Untersuchungen –neben der NAO– auf das in Abb. 4.2b aufgeführte Ost-Atlantische Muster ausgedehnt. Das heißt, der zweite Mode des 500hPa-Niveaus, bzw. des SLP wird auch berücksichtigt.

7.1 Beobachteter Einfluss von NAO auf SST

Da Phasen mit positivem NAO-Index¹ mit ausgeprägten Westwindlagen in den mittleren Breiten verbunden sind, ergibt sich eine erhöhte Sturmhäufigkeit und -stärke. Einhergehend mit stärkeren Bodenwinden nehmen auch die Flüsse von Wärme, Impuls und Frischwasser an der Schnittstelle Ozean/Atmosphäre zu. Die Änderung des NAO-Index' beschreibt somit auch die Fluktuationen der Flüsse, die auf Ozean und Atmosphäre einwirken. Räumliche Korrelations-Studien zwischen NAO und Fluss-Feldern weisen einen hohen Grad an Übereinstimmung auf [Hurrell et al., 2003].

An dieser Stelle soll nicht auf die einzelnen Mechanismen der Wechselwirkungen zwischen Ozean und Atmosphäre eingegangen werden. Vielmehr wird im Folgenden die NAO als Gesamtheit dieser Einflüsse angesehen und gewissermaßen als Synonym für atmosphärische Einwirkungen im europäischen Raum verstanden.

¹Der NAO-Index wird im folgenden Unterkapitel eingeführt.

7.1.1 Zeitliche Einwirkung

Das *räumliche* Muster des SLP wurde bereits in Abschnitt 5.2 diskutiert: Die Zuordnung von Gebieten höchster Variabilität, mit anomalen SLP-Werten über den Azoren und über Island, konnte durch die erste EOF_{SLP} getroffen werden. Der zugehörige PC beschreibt deren *zeitlichen* Verlauf; man kann ihn als “Zeitreihe der NAO” auffassen.

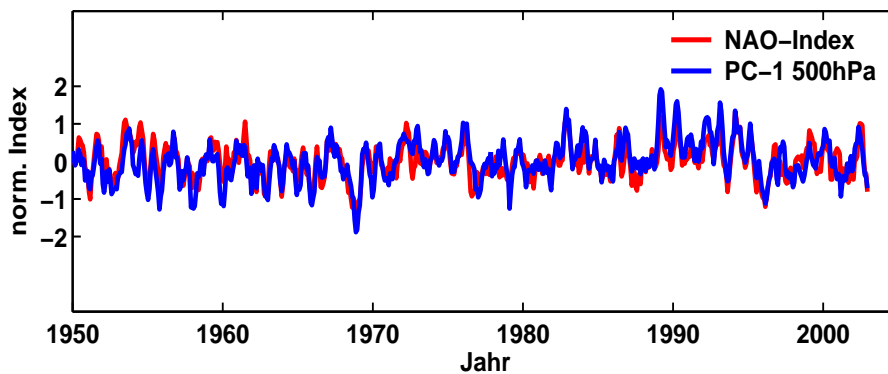


Abb. 7.1: NAO-Index (rot), nach [Hurrell, 1995]. Erster PC₅₀₀ (blau), NCEP/NCAR-Datensatz. Alle Kalendermonate, im Zeitraum von 1950 bis 2003. Mit gleitendem Mittel über 5 Monate und standardisierten Varianzen, zur besseren Visualisierung.

Oft wird die zeitliche Entwicklung der NAO durch einen so genannten NAO-Index beschrieben. Es existiert eine Vielzahl unterschiedlich definierter Indizes [Hurrell, 1995]. Hier wird ein monatlicher Index über alle Kalendermonate als Differenz des normierten Luftdrucks auf Meeresniveau, an den Orten Ponta Delgads (Azoren) und Stykkisholmur/Reykjavik (Island), aufgefasst. Der hohe Grad an Übereinstimmung von PC₅₀₀-1 und NAO-Index ist in Abb. 7.1 verdeutlicht: Die rote Kurve stellt den NAO-Index, die blaue den ersten PC des 500hPa-Geopotential-Niveaus dar. Zur besseren Visualisierung sind die Varianzen beider Zeitreihen auf 1 normiert; außerdem wurden sie einem gleitenden Mittel über 5 Monate unterzogen. Die Korrelationen wurden für ungeglättete Daten berechnet. Der Korrelationskoeffizient zwischen PC₅₀₀-1 und NAO-Index liegt bei 0,82; zwischen PC_{SLP}-1 und Index geringfügig höher, bei 0,85. Werte von über 0.9 erhält man, wenn nicht alle Kalendermonate, sondern ausschließlich Wintermittel (z.B. Januar bis März) berücksichtigt werden. Die Aussagen stehen in gutem Einklang mit den Ergebnissen von beispielsweise Marshal et al. [2001]. Die weitere Verwendung der PCs

des 500hPa-Geopotential-Niveaus, anstatt des SLP ist dadurch begründet, dass die *räumlichen* Strukturen (Abschnitt 7.2.1) zwischen SST und 500hPa-Geopotentialfeld deutlicher hervortreten. Festzuhalten bleibt, dass der erste PC_{500} in zeitlicher Hinsicht die NAO beschreibt. Da er –wie in Abschnitt 5.2 am Beispiel SLP vorgeführt– mit dem DPC_{500-1} nahezu identisch ist, wird des Weiteren ausschließlich der PC_{500-1} betrachtet.

Damit für die anstehenden Analysen eine möglichst hohe Anzahl von Beobachtungen erhalten bleibt, wird zugunsten längerer Zeitreihen auf eine saisonale Mittelung verzichtet, um den Preis maximaler Korrelationswerte.

In Abb. 7.2 sind Kreuzkorrelationen zwischen den ersten beiden PC_{S500} und DPC_{SST} , bzw. PC_{SST} abgebildet. Dabei werden zunächst immer PCs (bzw. DPCs) gleicher Rangfolge, beispielsweise PC_{500-1} und DPC_{SST-1} miteinander korreliert. Diese Analyse wird stets auf PCs *und* DPCs angewandt, da sich die PCs und DPCs der SST mitunter sehr voneinander unterscheiden (vgl. Abschnitt 5.1).

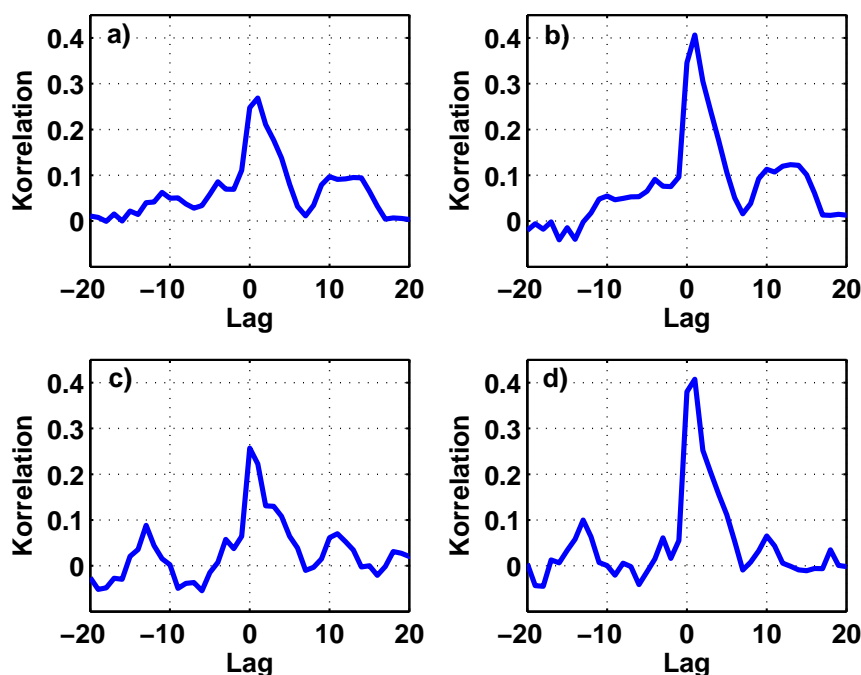


Abb. 7.2: Kreuzkorrelationen zwischen: a) PC_{500-1} , PC_{SST-1} . b) PC_{500-1} , DPC_{SST-1} . c) PC_{500-2} , PC_{SST-2} . d) PC_{500-2} , DPC_{SST-2} . Atmosphäre führt bei positiven Lags. Lags in Monaten.

In der Regel sind Kreuzkorrelationen nicht symmetrisch um Lag 0. Das bedeutet, man kann zwischen dem Antrieb (“forcing”) und der Gegenantwort

unterscheiden²: Kausalität fordert “wer forced, führt“.

Abgesehen von (c) treten in Abb. 7.2 die maximalen Korrelationen bei Lag 1 auf. Die um einen Monat verzögerte Gegenantwort ist durch die Integrationszeit des Ozeans erklärbar: Aufgrund der thermischen Trägheit der Deckschicht ist der Einfluss des atmosphärischen Antriebs auf den Ozean am größten, wenn die Atmosphäre verglichen mit der SST um einen Monat führt [von Storch, 2000]. Deswegen ist hier die Atmosphäre die antreibende Kraft. Die höchsten Werte von rund 0,4 erhält man zwischen den gemischten Korrelationen von PC_{500-1} und den beiden DPC_{SST} (Abb. 7.2b und d). Sie liegen etwa um 0,15 höher als die vergleichbaren Korrelationen zwischen PC_{500-1} und den beiden PC_{SST} , (a) und (c). Die DPC_{SST} scheinen deswegen den atmosphärischen Antrieb besser wiederzugeben.

In Abb. 7.3 sind ebenfalls Kreuzkorrelationen dargestellt, diesmal jedoch zwischen PCs (bzw. DPCs) ungleicher Rangfolge. Beispielsweise wird der PC-1 des 500hPa-Geopotential-Niveaus mit dem DPC-2 der SST korreliert. Wiederum sind –abgesehen von (b), wo die Korrelation nahezu verschwindet– die maximalen Werte bei Lags von einem Monat zu finden. Bei Kreuzkorrelationen zwischen PC_{500} und PC_{SST} sind merkbare Werte von rund 0,3 bei Lag 1 vorhanden, vgl. Abb. 7.3 (a) und (c). Dagegen fällt die Korrelation zwischen den PC_{500-2} und DPC_{SST-1} etwas geringer aus (d). In Fall (b) ist sie kaum vorhanden. Beachtlich ist, dass PC_{500-2} und PC_{SST-1} (c) ähnlich korreliert sind, wie das Pärchen gleicher Rangfolge, PC_{500-2} und PC_{SST-2} (Abb. 7.2c). Dies bedeutet, dass auch die zweite PC_{500} einen bemerkenswerten Einfluss auf die SST besitzt. Die Korrelation in Abb. 7.3 (d) stützt dieses Ergebnis: Sie zeigt ebenfalls, dass der zweite PC des 500hPa-Geopotential-Niveaus die SST beeinflusst. Im folgenden Abschnitt wird dies noch deutlicher hervortreten.

Es lässt sich zusammenfassen, dass die DPCs des SST-Feldes den atmosphärischen Einfluss in zeitlicher Hinsicht besser wiedergeben als die PC_{SST} .

²Streng genommen kann man von einer hohen Korrelation zwischen zwei Prozessen *nicht* auf einen kausalen Zusammenhang beider Prozesse schließen. Vielmehr könnten sie von einem weiteren (oder mehreren Prozessen) abhängen, ohne dass Erstere untereinander wechselwirken. Hier wird aber angenommen, dass das System aus nur zwei Größen besteht: Atmosphäre und SST.

Unter dieser Annahme kann man von einem kausalen Zusammenhang ausgehen, falls beide Systeme miteinander korreliert sind.

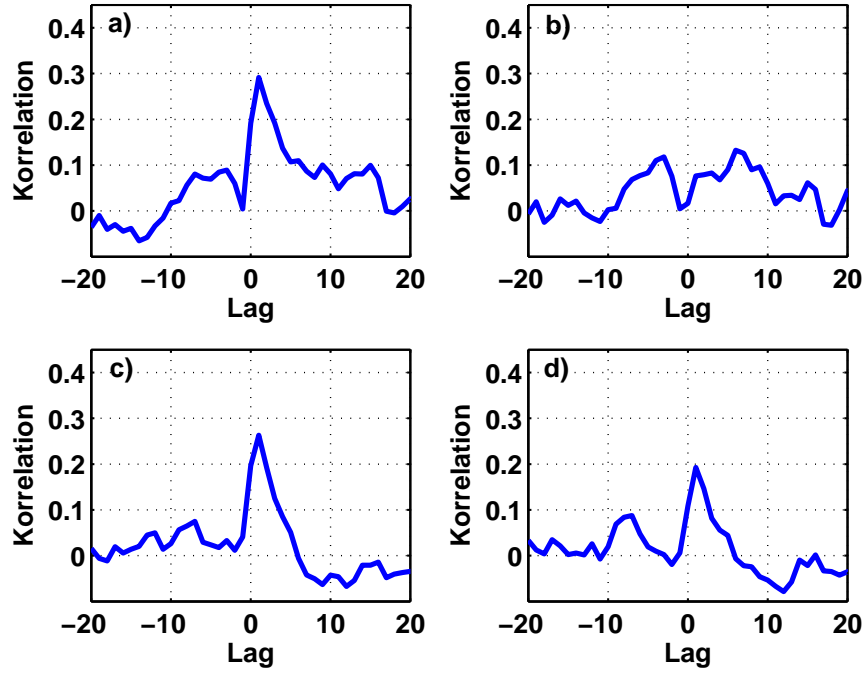


Abb. 7.3: Kreuzkorrelationen zwischen: a) PC_{500-1} , PC_{SST-2} . b) PC_{500-1} , DPC_{SST-2} . c) PC_{500-2} , PC_{SST-1} . d) PC_{500-2} , DPC_{SST-1} . Atmosphäre führt bei positiven Lags. Lags in Monaten.

7.2 Regressions-Methode

Die *Regressions*-Analyse bietet Möglichkeiten, den Einfluß des Signals einer Zeitreihe auf ein zeitabhängiges Feld zu beschreiben. Wird dieser Einfluß an jedem Gitterpunkt berechnet, so ergibt sich ein zeitunabhängiges Regressionsfeld. Dies kann ähnlich wie EOFs interpretiert werden.

Zugrunde liegt das lineare Modell:

$$\langle x | = \sum_{i=1}^n y^i \langle q^i | + z , \quad (7.1)$$

wobei $\langle x|$ den Datenvektor bezeichne, y^i das Signal und z weißes Rauschen³; $\langle q^i|$ sei das gesuchte Regressionsmuster. Da ein univariates Signal verwendet wird ($i=1$), löst

$$\langle q| = CoVar(y, \langle x|) \quad (7.2)$$

Gleichung (7.1) unter der Bedingung des geringsten *mittleren quadratischen Fehlers* [von Storch and Zwiers, 1999]. Das Regressionsmuster ist somit schlicht die Kovarianz zwischen Zeitreihe und Feld, an jedem Gitterpunkt.

Die ähnliche Struktur von EOF- und Regressionsmustern verdeutlicht sich durch den Vergleich mit Tabelle 4.1, erste Zeile, letzte Spalte: Wenn man in Gleichung (7.2) anstatt des Signals einen PC einsetzt ($y = \alpha^i$), so ist das Ergebnis, laut Gl. (3.1a), proportional zu $Corr(\alpha^i, \langle x|)$. Das heißt, in diesem Fall unterscheiden sich EOF- und Regressionsmuster lediglich in ihren Amplituden. Ihre Proportionalitätskonstante ist gleich der Standardabweichung des zugehörigen PCs: σ_{α^i} .

7.2.1 Räumliche Einwirkung

Mit der ersten PC₅₀₀, die den zeitlichen Verlauf der NAO beschreibt, lässt sich nun ihr räumlicher Einfluss auf das SST-Feld im Nordatlantik bestimmen. Das Regressionsmuster nach Gl. (7.2) mit $\langle x| = \text{SST-Feld}$ und $y = \text{PC}_{500}-1$ wurde nach Gleichung (3.1a) normiert, damit sich ein dimensionsloses Korrelationsfeld ergibt.

Um einen größeren Europa-Ausschnitt präsentieren zu können, wurden die Daten in T42-Auflösung verwendet.

In Abbildung 7.4 (c) ist das Regressionsfeld dargestellt. Zum Vergleich sind die standardisierten EOF_{SST-1} (a) und DEOF_{SST-1} (b) abgebildet. Wie aus Tabelle 4.1 ersichtlich, zeigen sie die räumliche Korrelation zwischen SST-Feld und zugehörigem PC_{SST-1}, bzw. DPC_{SST-1}.

Um ein Maß für die Ähnlichkeit zweier Muster zu erhalten, wurden zwischen ihnen die Gauß-gewichteten, nicht-zentrierten Korrelationen entlang aller Gitterpunkte berechnet, wie auch schon in Kapitel 5.

³Unter *weißem Rauschen* sei hier immer eine Folge paarweise unabhängiger, gleichverteilter Zufallsgrößen mit Mittelwert $\mu = 0$ und endlicher Varianz verstanden. Sie besitzt ein konstantes ("weißes") Spektrum.

Wie im vorangegangenen Abschnitt gezeigt, ergeben sich maximale Korrelationswerte zwischen SST und 500hPa-Niveau bei Lag 1, d.h. wenn die Atmosphäre um einen Monat führt. Deswegen wird das Regressionsmuster (c) bei Lag 1 errechnet. Es unterscheidet sich von dem Regressionsmuster bei Lag 0 (nicht abgebildet) lediglich in der Amplitude, die –wie zu erwarten– bei Lag 1 höher ausfällt.

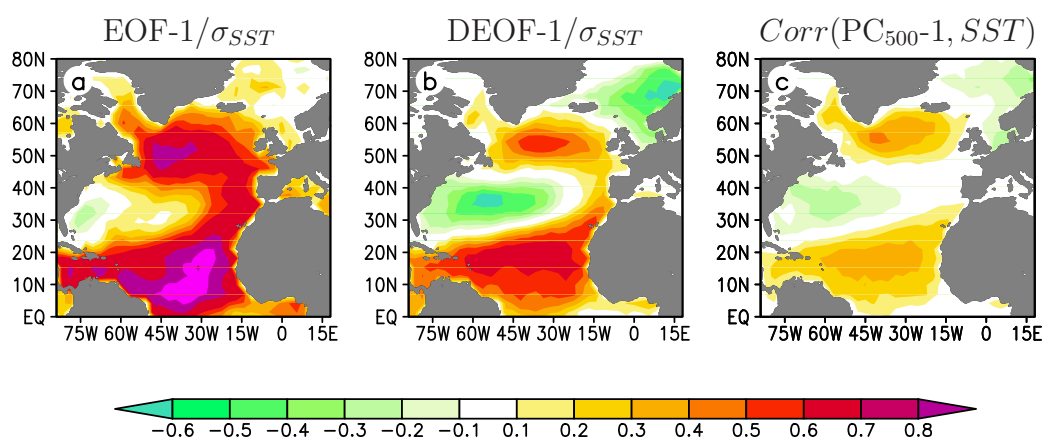


Abb. 7.4: SST: a) EOF-1/σ_{SST}. b) DEOF-1/σ_{SST}. c) Corr(PC₅₀₀-1, SST), Atmosphäre führt um einen Monat.

Es zeigt sich ein höherer Grad an Übereinstimmung zwischen dem DEOF- (b) und dem Regressionsmuster (c): Neben den Maximalwerten zwischen rund 50°N und 60°N, sowie südlich von etwa 25°N, die in allen drei Darstellungen auftauchen, ist der Bereich mit umgekehrtem Vorzeichen östlich von Kap Hatteras in (b) und (c) deutlich stärker ausgeprägt als in (a). Auch nordwestlich von Skandinavien ist ein Pol erkennbar, der ausschließlich im Regressions- (c) und DEOF-Muster (b) auftritt. Diese Muster sind mit 0,91 korreliert; Regressions- und EOF-Muster (a) mit 0,65.

Da das Regressionsmuster (c) den Einfluss der NAO wiedergibt und eine starke Ähnlichkeit zum DEOF-Muster aufweist, scheint sich auch im räumlichen Fall zu bestätigen, dass die DEOFs den atmosphärischen Antrieb besser wiedergeben als die EOFs. Bemerkenswert ist, dass die Regressionen zwischen PC₅₀₀ und SST-Feld höher ausfallen als zwischen PC_{S_{SLP}} und SST. Die räumlichen Muster sind jedoch nahezu identisch (nicht abgebildet).

Die Korrelationswerte in (c) liegen zwischen -0,3 und 0,5. Ihre Extremalwerte, also die Haupteinwirkungsgebiete von NAO auf SST, weisen eine klare Dreiteilung in einen südlichen, mittleren (mit umgekehrtem Vorzeichen) und nördlichen Bereich auf. Dieses Ergebnis deckt sich gut mit den Berechnungen von Czaja and Frankignoul [2002].

In Abb. 7.5 ist die gleiche Analyse wie oben, nur für den zweiten Mode, dargestellt. Strukturell ergibt sich –wie bereits in Abb. 7.4– ein hohes Maß an Übereinstimmung zwischen dem Regressionsmuster (c) und der zweiten DEOF (b): Maximale Korrelationswerte sind zwischen $40^\circ N$ und $55^\circ N$ sowie südlich von $20^\circ N$ zu erkennen.

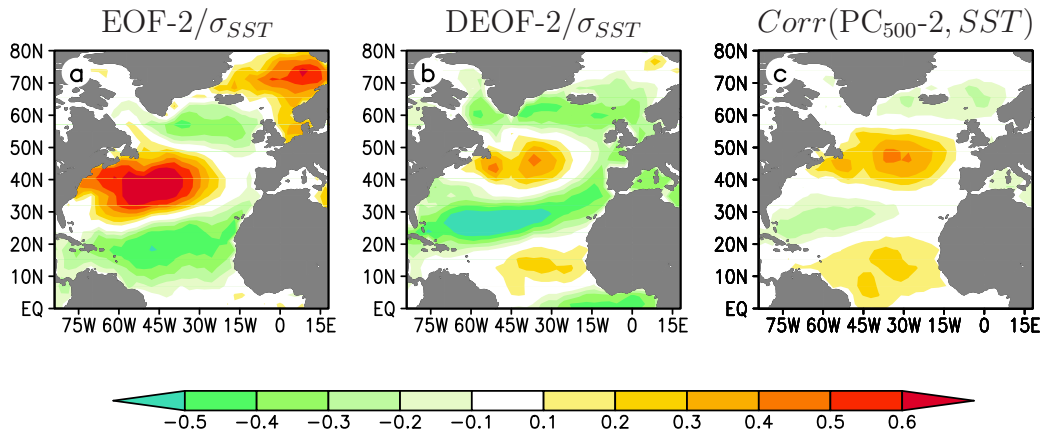


Abb. 7.5: Wie Abbildung 7.4, nur 2. Mode: a) EOF-2/ σ_{SST} . b) DEOF-2/ σ_{SST} . c) $Corr(PC_{500}-2, SST)$, Atmosphäre führt um einen Monat.

Gebiete mit antikorrelierten Werten sind um Island und östlich von Florida zu beobachten. Alle drei Darstellungen weisen ein deutliches Maximum der Korrelationswerte im Bereich von $30^\circ N$ bis $50^\circ N$ auf, wobei die Maxima im DEOF-Feld (b) und im Korrelationsfeld (c) etwa 10° nördlicher liegen. Diese Phasenverschiebung bewirkt ein Verschwinden der Korrelation zwischen Regressions- (c) und EOF-Muster (a). Eine Korrelation zwischen (c) und DEOF-Muster (b) ergibt den Wert 0,61.

Die Korrelationen zwischen PC₅₀₀-2 und SST-Feld liegen in diesem Bereich zwischen 0,3 und 0,5.

Es lässt sich also auch in diesem Fall schlussfolgern, dass die DEOF-Muster den atmosphärischen Einfluss besser wiedergeben als die EOF-Muster.

Vergleicht man nun jeweils die Darstellungen (b) aus den Abbildungen 7.4 und 7.5 miteinander, so erkennt man, dass die DEOF-Pole auf dem von SA vorgeschlagenen Propagationsweg liegen und eine Phasenverschiebung von etwa 90° aufweisen, wie man es für Advektion erwarten würde. Die DEOFs deuten also Propagation an, die EOFs nicht. Wegen dieser, bei der DEOF-Analyse auftretenden advektiven Muster, werden ausschließlich die ersten beiden Moden berücksichtigt.

Neben der Ähnlichkeit von Regressions- und DEOF-Mustern wurde gezeigt, dass die Gebiete höchsten atmosphärischen Einflusses nördlich von $40^\circ N$ liegen. Da der in Abschnitt 6.1.1 beschriebene Hovmöller-Pfad –und da-

mit das Gebiet maximaler Strömung im Nordatlantik und der vermeintliche Advektionsweg– durch die atmosphärischen Haupteinwirkungsgebiete aus den Abbildungen 7.4 und 7.5 verläuft, werden diese Bereiche des Weiteren von besonderem Interesse sein.

8 Advektive Zeitskalen

Mit der aus den Hovmöller-Diagrammen (Abschnitt 6.1.1) abgeleiteten Geschwindigkeit von rund 2 cm s^{-1} beträgt die Zeit um längs des von SA vorgestellten Pfades zu advehieren, rund 13 Jahre. SA haben in ihrer Arbeit einen spektralen Peak im über den Pfad gemittelten Leistungsspektrum bei einer Periode zwischen 12 und 14 Jahren aufgeführt, aber leider nicht bildlich dokumentiert [Sutton and Allen, 1997]. Dieser Peak übersteigt das 98%-Perzentil von rotem Hintergrundrauschen und ist damit signifikant. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten kürzeren Pfad, ist eine Periode von rund 8 Jahren zu erwarten. Um diese advektiven Zeitskalen betrachten zu können, wird das Untersuchungs- auf das Pfadgebiet reduziert. Deswegen werden zunächst EOF/DEOFs der SST ausschließlich aus diesem Gebiet berechnet und anschließend deren PC/DPCs spektral zerlegt.

8.1 EOFs & DEOFs aus Pfadgebiet

In Abb. 8.1 sind die ersten zwei EOFs der SST dargestellt.

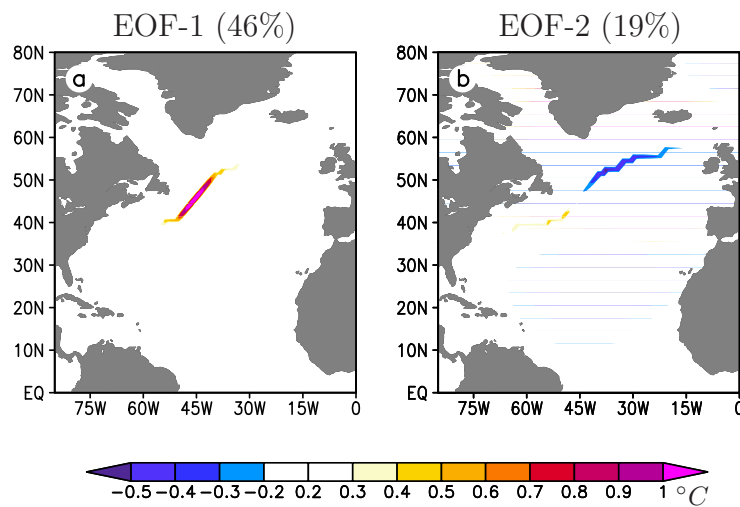


Abb. 8.1: Entlang des Pfades: a) EOF-1 (46%) und b) EOF-2 (19%) der SST. Alle Kalendermonate. Die erklärten Varianzen sind in Klammern angegeben.

Sie wurden ausschließlich aus dem Pfadgebiet berechnet. Die erste EOF besteht aus einem Monopol und erklärt einen überragenden Anteil der Varianz (46%). EOF-2 zeigt einen schwachen Dipol, bei 19% erklärter Varianz. Da Rekonstruktionen aus EOFs mit Monopol-Struktur ausschließlich stehende Muster erzeugen können, weisen die EOF-1 und EOF-2 aus dem Pfadgebiet nicht auf ein propagierendes Signal hin.

Abbildung 8.2 zeigt die ersten beiden DEOFs aus dem Pfadgebiet.

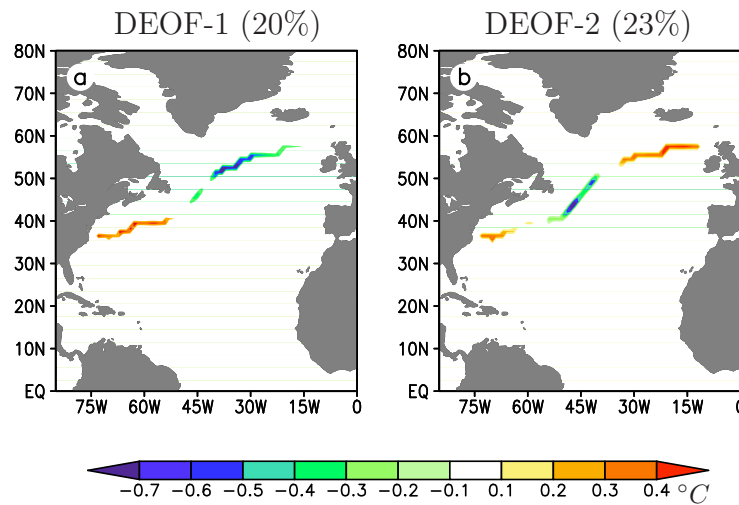


Abb. 8.2: Entlang des Pfades: a) DEOF-1 (20%) und b) DEOF-2 (23%) der SST. Alle Kalendermonate. Die erklärten Varianzen sind in Klammern angegeben.

Im Gegensatz zu den EOFs aus Abb. 8.1, weist die erste DEOF eine deutliche Dipolstruktur auf; ihre erklärte Varianz liegt bei 20%. Die zweite DEOF zeigt eine Tripolstruktur und erklärt 23% der Varianz. Die ungewöhnliche Aufteilung der erklärten Varianzen mit dem höheren Anteil bei der zweiten DEOF, zeigt, dass die Reihenfolge der DEOFs durch die Stärke der Abweichung von der Nullhypothese festgelegt wird. Letztere ähnelt der ersten EOF (Abb. 8.1a, Nullhypothese nicht dargestellt), deswegen ist das Muster der DEOF-1 zu ihr orthogonal angeordnet. Die DEOFs weichen also stark von der Monopolstruktur der EOF-1 ab. Da sie aber den weitaus größten Anteil der Variabilität ausmacht, liegen die erklärten Varianzen der DEOFs nur im Bereich von 20%, ähnlich wie bei der EOF-2. Auch die DEOFs sind untereinander außer Phase, wie man es für Propagation erwartet. Diese Eigenschaft teilen sie mit den DEOF-Mustern aus den Abbildungen 7.4 und 7.5, die auf Advektion hindeuten. Um durch die Rekonstruktion der SST-Anomalien ein in nordöstliche Richtung propagierendes Signal zu erhalten, müsste zwischen den ersten beiden Pfad-DPCs eine annähernd konstante Phasendifferenz von

90° bestehen, wobei DPC-2 führt. Differenzen in der Phase zwischen zwei Zeitreihen können mit Hilfe der Kreuzspektral-Analyse aufgefunden werden. Dies wird in Abschnitt 8.3 erörtert. Zunächst sollen anhand der Spektralanalyse die in diesem Abschnitt beschriebenen PC/DPCs auf Periodizitäten untersucht werden.

8.2 Methodik der Spektralanalyse

Das Leistungsspektrum zeigt die Verteilung der Varianz einer Zeitreihe im Frequenzraum. Seine Kenntnis ist gleichbedeutend mit der Kenntnis der Autokorrelationsfunktion und vice versa. Diese Aussage wird durch das Wiener-Khinchin-Theorem belegt. Es besagt, dass beide durch Fourier-Transformation aus einander hervorgehen [James, 2002]. Sie bilden also eine eindeutig umkehrbare Abbildung.

Allgemein ist die Fourier-Transformation \mathcal{F} einer Funktion $f(t)$ gegeben durch:

$$\mathcal{F}(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} f e^{-2\pi i \nu t} dt, \quad (8.1)$$

wobei t die Zeit und ν die Frequenz bezeichne. Sie transformiert die quadratintegrierbare¹ Funktion f von der Zeit- in die Frequenzdomäne. Bei der Fourier-Transformation der Autokorrelationsfunktion verschwindet der Sinus-Anteil aus Gleichung (8.1) bei Integration über symmetrische Grenzen, da es sich um eine gerade Funktion handelt. Damit ergibt sich das Spektrum Γ_{xx} einer Zeitreihe aus seiner Autokorrelationsfunktion γ_{xx} :

$$\Gamma_{xx}(\nu) = \mathcal{F}(\gamma_{xx}(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_{xx} \cos(2\pi \nu t) dt. \quad (8.2)$$

In Analogie zum harmonischen Oszillator, bei dem die Gesamtenergie proportional zum Quadrat der Amplitude der Schwingung ist, wird die Darstel-

¹Quadrat-Integrierbarkeit liegt vor, wenn: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ endlich ist. Das impliziert $f(x) \rightarrow 0$ für $\|x\| \rightarrow \infty$.

lung: Amplitudenquadrat über Frequenz (oder Periode) als Leistungsspektrum oder einfach Spektrum bezeichnet.

Ein Peak (“Spitze”) im Spektrum zeigt an, dass Schwingungen dieser Frequenz in der Zeitreihe dominant sind.

8.2.1 Suche nach Periodizitäten

Abb. 8.3 zeigt das Spektrum der ersten beiden PCs der SST aus dem Pfad-Gebiet (blau). Ein beidseitige Konfidenz-Intervall von 95% (rot) ist durch anpassen eines AR(1)-Prozesses² berechnet worden. Es ist deutlich zu erkennen, dass das PC-Spektrum in beiden Fällen meist innerhalb des Konfidenzintervalls bleibt.

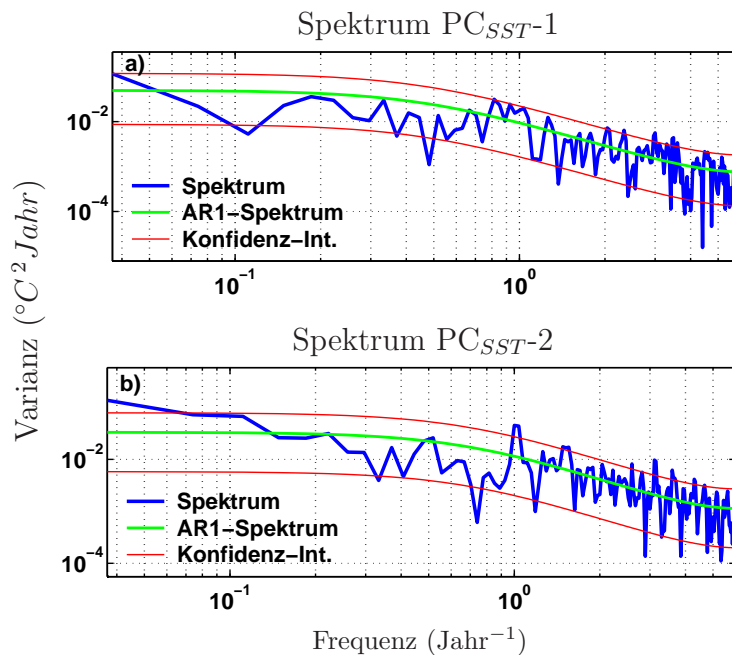


Abb. 8.3: Spektrum der ersten beiden PC_{SST} aus dem Pfadgebiet (blau). Beidseitiges Konfidenzintervall von 95% (rot) auf Basis eines angepassten AR(1)-Prozesses. Das Spektrum des AR(1)-Prozesses ist grün dargestellt.

Das Über-, bzw. Unterschreiten dieses Intervalls bei wenigen Frequenzen ist nicht mehr als zufällig. Und vor allem im Bereich der eingangs dieses Kapitels

²Autoregressive Prozesse werden in Abschnitt 9.1 vorgestellt.

besprochenen advektiven Zeitskala von rund 8 Jahren, sind keine signifikanten Peaks zu erkennen.

Ähnliche Resultate ergeben sich bei der Spektralanalyse der DPC_{SST} aus dem Pfadgebiet (Abb. 8.4). Auch hier konnten keine signifikanten Peaks festgestellt werden. Die spektrale Zerlegung der PC/DPCs hat also keine Periodizitäten erkennen lassen, die auf dominante advektive Zeitskalen hindeuten.

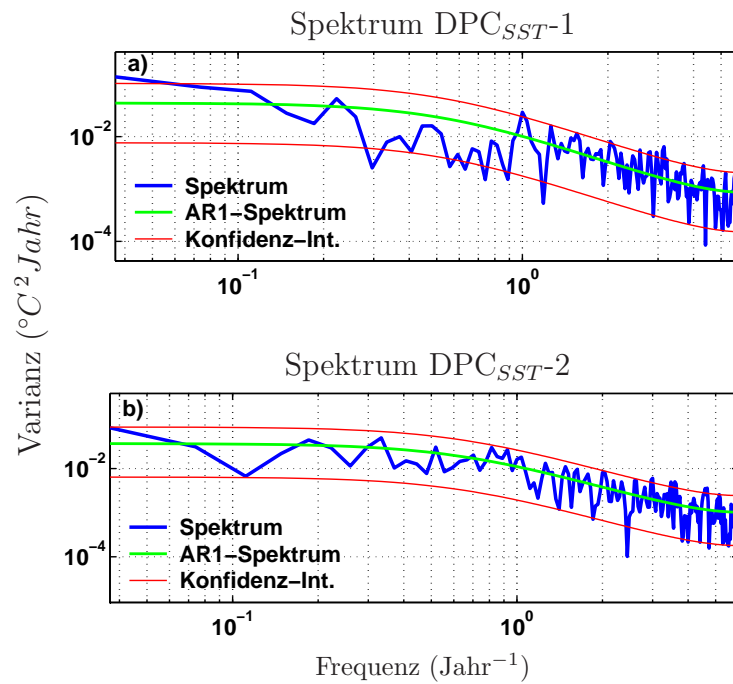


Abb. 8.4: Spektrum der ersten beiden DPC_{SST} aus dem Pfadgebiet (blau). Beidseitiges Konfidenzintervall von 95% (rot) auf Basis eines angepassten AR(1)-Prozesses. Das Spektrum des AR(1)-Prozesses ist grün dargestellt.

8.3 Methodik der Kreuzspektralanalyse

Ziel der Kreuzspektralanalyse ist es, die Variabilität zweier Zeitreihen zueinander in Beziehung zu bringen. Durch eine Transformation in den Frequenzraum können vorhandene Kovariabilitäten sichtbar gemacht werden. Als Maß für die Stärke dieses Gleichverhaltens ist die *Kohärenz* definiert. Falls eine gemeinsame Variabilität zu erkennen ist, so kann man ihr Auftreten über die *Phase* zeitlich in Beziehung setzen.

Das Kreuzspektrum Γ_{xy} ist definiert als Fourier-Transformierte der Kreuzkovarianzfunktion γ_{xy} :

$$\Gamma_{xy}(\nu) = \mathcal{F}(\gamma_{xy}(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_{xy} e^{-2\pi i \nu t} dt . \quad (8.3)$$

Das Kreuzspektrum ist meist eine komplexwertige Funktion, da die Kreuzkovarianzfunktion in der Regel nicht symmetrisch ist. Durch Umrechnen von Gl. (8.3) in Polarkoordinaten:

$$\Gamma_{xy}(\nu) = A_{xy} e^{i\Phi_{xy}} , \quad (8.4)$$

können Kohärenz und Phase bestimmt werden. Durch Normierung von $A_{xy}^2(\nu)$ mit den fouriertransformierten Autokovarianzfunktionen Γ_{xx} und Γ_{yy} kann die Kohärenz $\zeta_{xy}(\nu)$ berechnet werden. Sie ist dimensionslos und besitzt die Eigenschaft $0 \leq \zeta \leq 1$. Diese Eigenschaft und die formelle Ähnlichkeit sind analog zum quadrierten Korrelationskoeffizienten. Eine Kohärenz von $\zeta_{xy} = 1$ zeigt ein Gleichverhalten der Zeitreihen X und Y im Frequenzraum an.

$\Phi_{xy}(\nu)$ bezeichnet das Phasenspektrum. Es liegt zwischen -180° und 180° und gibt die Phasendifferenz der Zeitreihen X und Y im Frequenzraum an. Es lohnt nur, das Phasenspektrum zu betrachten, wenn mit Hilfe der Kohärenz bereits ein hohes Maß an Gleichverhalten festgestellt wurde.

8.3.1 Untersuchung der Phasenbeziehung von DPCs

Da die stehenden Muster der Pfad-EOFs –bei welchen Gangunterschieden ihrer PCs auch immer– kein advektives Signal andeuten, werden ihre Kreuzspektren an dieser Stelle nicht weiter diskutiert. Stattdessen zeigt Abbildung 8.5 Phase (a) und Kohärenz (b) zwischen DPC_{SST-1} und DPC_{SST-2} aus dem Pfadgebiet. Im Phasenspektrum führt DPC-2 bei positiven Gangunterschieden. Ein Phasenwinkel von 90° entspräche laut Abb. 8.2 einem advektiven Muster, das sich in nordöstlicher Richtung bewegt. Eine Rekonstruktion aus diesen Mustern mit künstlichen periodischen DPCs, die eine Phasendifferenz von 90° aufweisen, belegt dies.

In dem für die Advektion interessanten Frequenzbereich von etwa 10^{-1} bis $5 \cdot 10^{-1} \text{ Jahre}^{-1}$ findet sich ein Gangunterschied von 90° (Abb. 8.5a), dem eine nahezu verschwindende Kohärenz gegenübersteht (b). Dies bedeutet ein verschwindendes Maß an Gleichverhalten der beiden PCs, – demnach ist hier die Aussagekraft des Phasenspektrums begrenzt. Weitere Gangunterschiede von etwa 90° bei Kohärenzen von rund 0.65 finden sich bei Perioden um 20 Jahre (Frequenz: $5 \cdot 10^{-2} \text{ Jahre}^{-1}$) und im Sub-Jahresbereich.

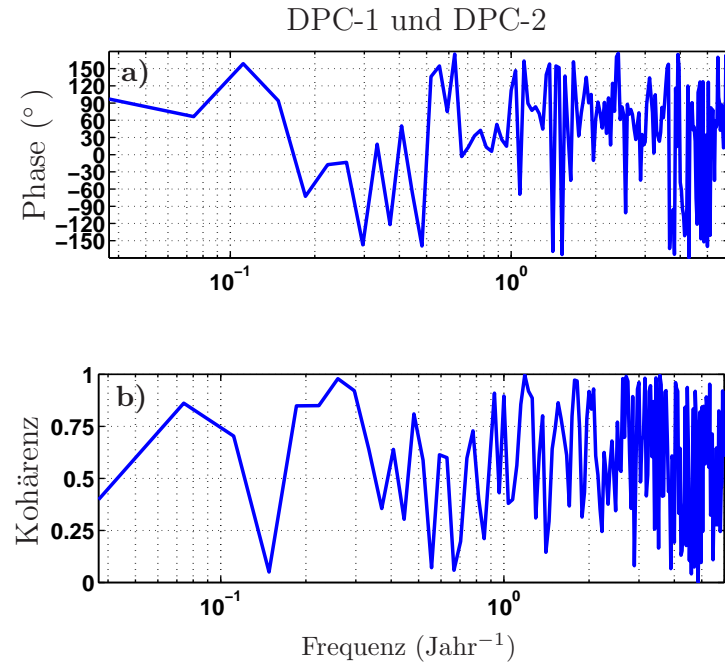


Abb. 8.5: a) Phasenspektrum zwischen DPC-1 und DPC-2. DPC-2 führt bei positiven Phasenwinkeln. b) Kohärenz.

Letzterer liegt sicherlich außerhalb advektiver Zeitskalen. Ersterer –und mit ihm der interdekadische Bereich– ist aufgrund der kurzen Reanalysendatenätze nicht befriedigend nachzuweisen. Trotzdem sollten Periodizitäten in diesem Frequenzbereich nicht ausgeschlossen werden.

9 Modellierung des atmosphärischen Einflusses auf SST-Variabilität

Eine Errungenschaft der maßgeblich von Hasselmann [1976] vorangetriebenen stochastischen Klima-Modellierung ist die Simulation eines realistischen kontinuierlichen Spektrums, mit höherer Variabilität bei niedrigen Frequenzen (“Röte des Spektrums”). Diese Röte wurde in unterschiedlichen Zeitskalen (von erdgeschichtlichen bis interdekadischen Skalen) beobachtet und scheint eine inhärente Eigenschaft der Klimavariabilität zu sein. Eine weitere Eigenschaft konnte durch die Anwendung stochastischer Modelle sogar erstmals bewiesen werden: Langzeitliche Schwankungen sind allein durch Aufintegration kurzzeitlicher Störungen möglich. Bis dato ging man davon aus, dass langzeitliche Schwankungen ausschließlich durch Einflüsse ähnlicher Zeitskalen (Änderung der Orbitalparameter, o.ä.) hervorgerufen werden können. Grundvoraussetzung der stochastischen Klimamodellierung ist die Aufteilung in ein Zwei-Zeitskalen-System, bestehend aus einem fluktuierenden (Wetter) und einem behäbigen Anteil (z.B. SST-Anomalien). Ersterem ist eine rapide fallende, Letzterem eine eher langsam abklingende Autokorrelationsfunktion zugeordnet. Bei Integrationszeiten, die deutlich geringer als die Dekorrelationszeit der behäbigen Komponente sind, kann diese Komponente teilweise als konstant angenommen werden.

Ziel dieses einfachen Modells ist es, den atmosphärischen Einfluss auf die SST-Variabilität abzuschätzen. Dabei wird vorausgesetzt, dass SST-Anomalien als Antwort auf einen stochastischen Antrieb angesehen werden können und das oben beschriebene Zwei-Skalen-Verhalten zutrifft.

Frankignoul and Hasselmann [1977] haben durch die realistische Simulation von SST-Anomalien der mittleren Breiten durch AR(1)-Prozesse gezeigt, dass diese Annahmen gerechtfertigt scheinen. Vergleiche mit längeren Datensätzen, die durch globale gekoppelte Klimamodelle (“GCMs”) generiert wurden, zeigen abweichende Ergebnisse aufgrund von Einflüssen aus dem Ozean-Inneren [Dommenges and Latif, 2002b]. An dieser Stelle soll jedoch lediglich der atmosphärische Antrieb simuliert werden, daher wird die Ver-

gleichbarkeit mit einem AR(1)-Prozess angenommen.
Hier sollen derartige Prozesse zunächst vorgestellt werden.

9.1 Autoregressive Prozesse

Allgemein können Autoregressive Prozesse als Zeit-Diskretisierung linearer gewöhnlicher Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten verstanden werden; wobei die Gleichungen einen stochastischen Antrieb besitzen. Sie werden beispielsweise eingesetzt, um das statistische Verhalten von Zeitreihen zu simulieren. An dieser Stelle werden die wichtigsten Eigenschaften zusammengefasst, weil derartige Prozesse die Grundlage der stochastischen Klimamodellierung bilden und im folgenden Unterkapitel Verwendung finden.

Nach Box and Jenkins [1994] genügt ein Autoregressiver Prozess p -ter Ordnung ("AR(p)-Prozess") folgender Formel:

$$x_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i (x_{t-i} - \mu) + z_t. \quad (9.1)$$

Strukturell gleicht Gl. (9.1) einer multiplen linearen Regression, mit dem Unterschied, dass es sich bei den x_{t-i} um gleiche Größen, zu früheren Zeitpunkten handelt. Daher das Präfix "Auto".

Ein AR(p)-Prozess hat $p+2$ zu besetzende Parameter, die aus der ursprünglichen Zeitreihe zu bestimmen sind.

AR(1)-Prozesse werden durch:

$$x_t = \mu + \phi_1 (x_{t-1} - \mu) + z_t \quad (9.2)$$

realisiert. Mit weißem Rauschen z_t und den drei Parametern $(\mu, \sigma_z^2, \phi_1)$: Mittelwert, Varianz des weißen Rauschens und Prozess-Parameter. Als Letzteres verwende man den Autokorrelationskoeffizienten der Zeitreihe bei Lag $\tau=1$, siehe Gl. (3.1b). Damit ist ϕ_1 ein Maß für das "Erinnerungsvermögen" oder die "Behändigkeit" der Zeitreihe. Es hat die Eigenschaft $|\phi_1| \leq 1$ ("Stationaritäts-Bedingung").

Der Übersichtlichkeit halber wird im Folgenden $\mu = 0$ angenommen.

Die Varianz des AR(1)-Prozesses σ_x^2 ist von der des weißen Rauschens und dem Autoregressiv-Parameter ϕ_1 abhängig:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_z^2}{1 - \phi_1^2} \quad (9.3)$$

Mittels Gleichung (9.3) werden die Varianzen der Zeitreihe und des AR(1)-Prozesses einander angepaßt.

Seine Autokorrelationsfunktion fällt exponentiell ab und nähert sich mit

$$\begin{aligned}\phi_1 &> 0 && \text{asymptotisch} \\ \phi_1 &< 0 && \text{oszillatorisch}\end{aligned}$$

gegen 0, für $\tau \rightarrow \infty$. Im Fall $\phi_1 = 0$ verschwindet die Autokorrelationsfunktion für Lag $\tau \neq 0$, da lediglich der stochastisch unabhängige Antrieb erhalten bleibt (weißes Rauschen). Die Fälle $\phi_1 < 0$ und $\phi_1 = 0$ sind für die meisten geophysikalischen Parameter unüblich (positives Erinnerungsvermögen), bzw. uninteressant (keine deterministischen Aussagen über gänzlich chaotisches System möglich, da es ausschließlich aus weißem Rauschen besteht). Deswegen beschränke man sich auf $1 \geq \phi_1 > 0$. Unter den gemachten Voraussetzungen impliziert (9.3) $\sigma_x > \sigma_z$.

Zwischen einem AR(1)-Prozess und seinem stochastischen Antrieb ist die Kreuzkovarianz-Funktion γ_{xz} gegeben:

$$\gamma_{xz}(\tau) = \begin{cases} \phi_1^\tau \sigma_z^2 & \text{für } \tau \geq 0 \\ 0 & \text{für } \tau < 0, \end{cases} \quad (9.4a)$$

$$(9.4b)$$

und via (3.1b) und (9.4a) die Kreuz-Korrelation:

$$\rho_{xz}(\tau) = \phi_1^\tau \sqrt{1 - \phi_1^2} \quad \text{für } \tau \geq 0. \quad (9.5)$$

Im nächsten Abschnitt wird mit Hilfe von Gl. (9.5) der stochastische mit dem atmosphärischen Antrieb verknüpft und sein Einfluss auf SST-Anomalien simuliert.

9.2 Das Modell

Die Idee, die zu der hier vorgestellten Anwendung führt, ist der Wunsch, den NAO-Einfluss auf das SST-Feld “herauszurechnen“. Aus diesem Grund wird der stochastische Antrieb z in einen NAO-Anteil z_\oplus und einen nicht-NAO-Anteil z_\ominus aufgeteilt:

$$z = z_\oplus + z_\ominus. \quad (9.6)$$

Im Folgenden werden die zu modellierenden SST-Anomalien der Kürze halber durch den Index x dargestellt. Die Kreuzkorrelation zwischen dem Gesamtantrieb nach Gl. (9.6) und x ist durch Gl. (9.5) für $\tau=0$ gegeben:

$$\rho_{xz} = \sqrt{1 - \phi_1^2}. \quad (9.7)$$

Wie im vorangegangenen Unterkapitel erwähnt, handelt es sich bei ϕ_1 um den Autokorrelationskoeffizienten von SST bei Lag $\tau = 1$. Abbildung 9.1 zeigt seine räumliche Verteilung. Die höchsten Werte des Koeffizienten befinden sich südlich von rund $25^\circ N$. Sie zeigen die hohe Persistenz der SST in den subtropischen Gebieten, wo aufgrund schwacher synoptischer Einflüsse eine geringe Variabilität herrscht.

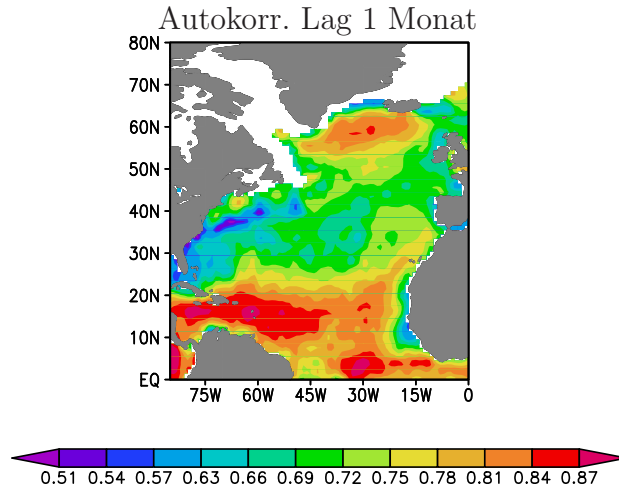


Abb. 9.1: Räumliche Verteilung des Autokorrelationskoeffizienten von SST, bei Lag 1 Monat.

Die niedrigsten Werte befinden sich in den Auftriebsgebieten vor der Westküste Afrikas und im Golfstrombereich. Besonders markant ist der Wechsel von niedrigen Autokorrelationskoeffizienten mit dem Übergang vom Golfstrom in das NAC-Gebiet zu höheren Werten. Ein weiteres Maximum befindet sich südwestlich von Island.

Die Kreuzkorrelation ρ_{xz_\oplus} zwischen der SST x und dem NAO-Anteil z_\oplus ist durch die standardisierte Regression von PC_{500-1} auf das SST-Feld nach Gl. (7.2) gegeben. Sie kann aus den Daten berechnet werden und ist in Abb. 10.2 für Lag $\tau = 1$ schattiert dargestellt. Bildet man das Verhältnis der Quadrate von ρ_{xz_\oplus} und ρ_{xz} , so erhält man den Anteil an Varianz der SST, der durch die NAO erklärt wird:

$$eVar(z_\oplus) = \frac{\rho_{xz_\oplus}^2}{\rho_{xz}^2} \cdot 100\% \quad (9.8)$$

Dieser Anteil ist in Abb. 9.2 dargelegt: (a) zeigt den ersten Mode. Bei der Modellierung des zweiten Modes (b) geht die Regression von PC_{500-2} auf das SST-Feld ein. Dieses einfache Modell ergibt für den ersten Mode (a)

gebietsweise Varianzen von über 40%, die durch den NAO-Antrieb erklärt werden ($50^{\circ}N$ bis $60^{\circ}N$). Maximale erklärte Varianzen im zweiten Mode (b) von über 32% treten im Bereich zwischen $40^{\circ}N$ und $55^{\circ}N$ auf.

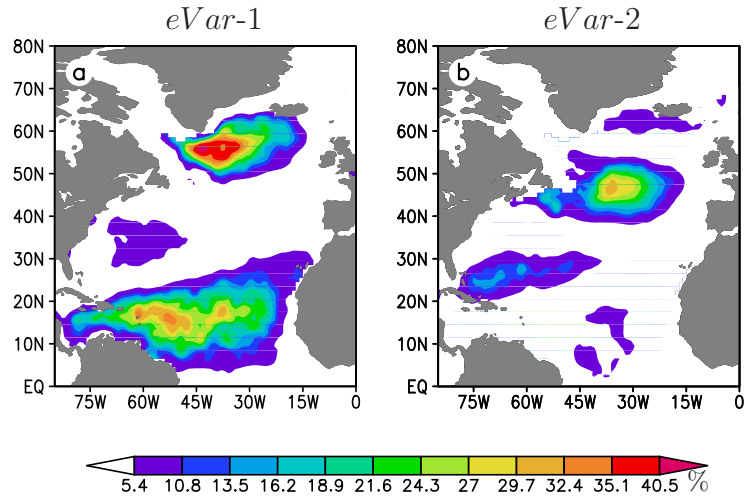


Abb. 9.2: Anteil der SST-Varianz, der durch den atmosphärischen Antrieb erklärt wird (%): a) erster Mode. b) zweiter Mode.

Die relativ hohe erklärte Varianz im zweiten Mode demonstriert, dass auch PC_{500-2} einen hohen Einfluss auf die SST-Variabilität im nördlichen Nordatlantik besitzt. Dieses Ergebnis deckt sich mit den Resultaten aus Abschnitt 7.1.1, in dem die zeitliche Einwirkung untersucht wurde. Auch die räumlichen Analysen (Abschnitt 7.2.1) stützen dieses Ergebnis: Strukturell haben (a), bzw. (b) hohe Ähnlichkeit mit den jeweiligen Regressionsmustern, die in Abb. 10.2 schattiert dargestellt sind. Die Korrelation zwischen dem Betrag der ersten Regression (Abb. 10.2a) und dem ersten Muster der modellierten erklärten Varianz (Abb. 9.2a) beträgt 0,91. Die jeweils zweiten Muster sind mit 0,9 korreliert.

Das bedeutet, die Zentren höchster atmosphärischer Einwirkung auf die SST sind bei Regression und Modell nahezu deckungsgleich.

10 Atmosphärische Einwirkung entlang des Pfades

In den vorangegangenen Kapiteln wurde die zeitliche und räumliche Koppelung zwischen Atmosphäre und Ozeanoberflächentemperatur untersucht und modelliert. Mit Hilfe des stochastischen Modells konnte der atmosphärische Anteil der SST-Varianz auf gebietsweise über 40% abgeschätzt werden. Es wurde außerdem gezeigt, dass diese Gebiete hochgradig mit den Zentren maximaler atmosphärischer Einwirkung aus den Regressionsanalysen übereinstimmen. In diesem Kapitel soll nun geklärt werden, inwieweit die Propagationsmuster von diesem Antrieb beeinflusst werden.

Abbildung 10.1 zeigt Korrelationen zwischen der SST und den beiden ersten PC_{SLP} , aufgetragen über die Gitterpunkte des Hovmöller-Pfades.

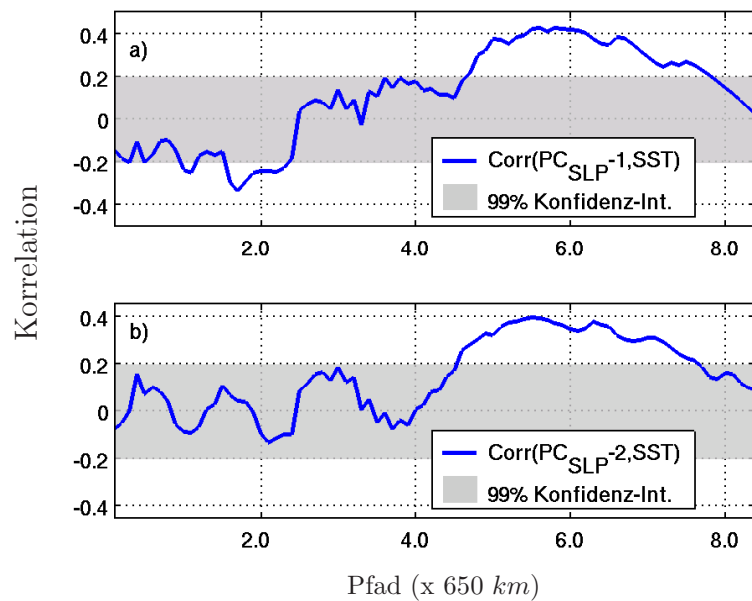


Abb. 10.1: Korrelationen zwischen SST und: a) PC_{SLP-1} und b) PC_{SLP-2} . Beidseitiges 99%-Konfidenzintervall auf Basis verschwindender Korrelation (grau). Aufgetragen gegen die Gitterpunkte des Pfades. Atmosphäre führt um einen Monat.

Um den atmosphärischen Einfluss zu verdeutlichen, führt die Atmosphäre um einen Monat (vgl. Abschnitt 7.1.1). Die Signifikanz der Korrelationswerte wurde mit Hilfe der Fisher Z -Transformation getestet [Wilks, 1995]. Als Nullhypothese wurde eine verschwindende Korrelation angenommen. Die Dekorrelationszeit der behäbigen Komponente (PC_{SLP}) wurde zur Berechnung der statistischen Freiheitsgrade auf rund 4 Monate abgeschätzt. Das entspricht dem Unterschreiten einer Autokorrelation von etwa 0,1. Korrelationen, die vom Betrage her 0,2 (grauer Bereich) überschreiten, werden als signifikant auf dem 1%-Level angesehen. In Abb. 10.1 (a) und (b) ist zunächst ein Verbleiben der Korrelationswerte im nicht-signifikanten Bereich zu erkennen. Mit fortschreitenden Gitterkoordinaten folgt ein Anstieg der Werte und der Übergang in den signifikanten Bereich zwischen Gitterpunkt 4,5 und 7,5. Innerhalb dieser Gitterpunkte liegen die Korrelationen zwischen 0,21 und 0,42.

In Abb. 10.2 sind die Regressionsmuster bei Lags von einem Monat schattiert abgebildet. Der Hovmöller-Pfad ist als Kontourplot darübergelegt.

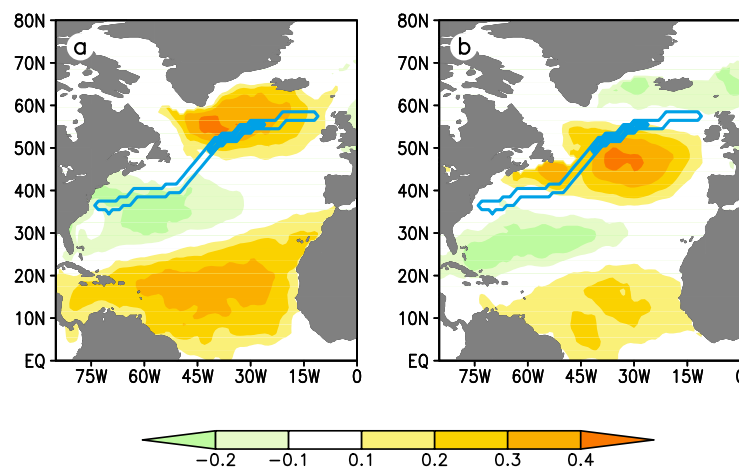


Abb. 10.2: Regressionen von a) PC_{500-1} und b) PC_{500-2} auf SST-Feld. Der schattierte Bereich des Pfades bezeichnet das Gebiet höchster Korrelationswerte aus Abb. 10.1 (a) und (b). Atmosphäre führt um einen Monat.

Der schattierte Bereich des Pfades bezeichnet die Stellen, an denen in Abb. 10.1 (a) und (b) die Korrelation den Wert 0,3 übersteigt und somit stark signifikant ist. Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen den dominanten räumlichen Einwirkungsgebieten der Atmosphäre und den Korrelationswerten jenseits von 0,3.

Das heißt, der atmosphärische Einfluss auf die SST ist im nördlichen Nordatlantik partiell unterschiedlich und am stärksten in der Region um $50^{\circ}N$ und

35°W. Dieses Gebiet macht etwa ein Drittel des Advektionsweges aus, und es ist zu vermuten, dass die Propagationsmuster davon nicht unberührt bleiben.

10.1 Einfluss auf Propagationsmuster

In Abb. 10.3 sind die Hovmöller-Diagramme aus Unterkapitel 6.1.1 abgebildet. Der schattierte Bereich der Pfares aus Abb. 10.2 ist hier mit einem schwarzen Rechteck versehen.

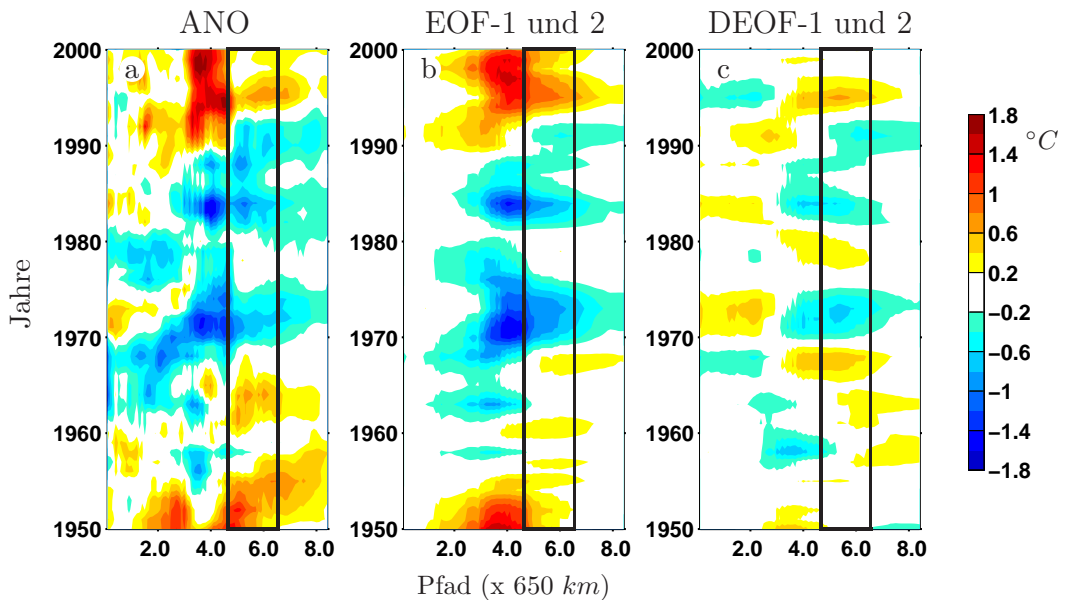


Abb. 10.3: Hovmöller-Diagramme im Zeitraum von 1950- bis 2000 mit gleitendem Mittel über 3 Jahre: a) Anomalien. Rekonstruktion aus 2 führenden b) EOFs und c) DEOFs. Das schwarze Rechteck kennzeichnet den schattierten Pfad-Bereich aus Abb. 10.2.

Augenscheinlich stimmt dieser Rechteckbereich mit dem auf Seite 52 diskutierten Gebiet (ii) recht gut überein. Wie in den vorangegangenen Kapiteln deutlich wurde, erklären die DEOF/DPC-Pärchen den atmosphärischen Antrieb besonders gut. Außerdem handelt es sich dabei um Bereiche, in denen der atmosphärische Antrieb mehr als 40% der SST-Varianz erklärt, wie durch das einfache Modell gezeigt wurde. Es wird daher angenommen, dass diese Strukturen stärker durch atmosphärischen Antrieb, als durch Advektionseffekte beeinflusst sind.

11 Fazit

Die Untersuchung der Dynamik von SST-Anomalien im Nordatlantik hat in allen Fällen das Gebiet zwischen rund $40^{\circ}N$ und $55^{\circ}N$ besonders markant hervortreten lassen. Im Verlauf dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass dieser Bereich einem starken atmosphärischen Antrieb ausgesetzt ist.

Die Analyse der Telekonnektionen in Unterkapitel 3 ergab in dem oben genannten Gebiet einen Anstieg der Lag-Korrelationen von SST (ab Lag -5) und nahezu stationäre Muster, die nicht auf Advektion hindeuten. Zudem wurde gezeigt, dass die von SA vorgeführte Verlagerung von Telekonnektionen stark von der gewählten gleitenden Mittelbildung abhängig ist.

Die advective Struktur in den Hovmöller-Diagrammen (Abschnitt 6.1.1) konnte mit Hilfe von Rekonstruktionen der führenden DEOFs teilweise durch das atmosphärische Einwirken erklärt werden. Ferner wurde es über die Regressionsanalysen mit den DEOFs in Verbindung gebracht (Abschnitt 7.2.1).

Innerhalb der aus den Hovmöller-Diagrammen abgeleiteten Zeitskalen sind weder Periodizitäten noch Phasenunterschiede der PC/DPCs aufgetreten, die auf Propagation schließen lassen.

Die Identifizierung der Muster, die Advektion andeuten, mit starkem atmosphärischem Antrieb wurde anhand von Regressionsmustern und mit Hilfe eines einfachen Modells getroffen. So konnte gezeigt werden, dass der atmosphärische Antrieb in diesem Bereich über 40% der SST-Varianz erklärt (Abb. 9.2).

All diese Argumente sprechen gegen einen dominanten Advektionsmode, wie er von SA favorisiert wird. Bilanziert man die hier vorgestellten Ergebnisse, so wird vermutet, dass diese Strukturen *nicht* ozeanischen Ursprungs sind, sondern von der Atmosphäre generiert werden.

12 Ausblick

‘Better-than-guesswork forecast of instantaneous weather patterns nearly two weeks in advance appear to be possible, and efforts (...) should continue. Skilful forecasts of instantaneous patterns a month or more ahead still appear to be out of the question, attempts should (...) be confined mainly to properties which appear to be predictable, such as weekly, monthly, and longer-period averages and other statistics.’

Lorenz, 1982

Das deterministische Limit für die meisten atmosphärischen Größen in mittleren Breiten liegt –je nach synoptischer Situation– bei weniger als 14 Tagen [Lorenz, 1982]. Die hohe Sensitivität der Atmosphäre gegenüber kleinskaligen Störungen macht eine zuverlässige Langzeitvorhersage unmöglich [Lorenz, 1965].

Einzig das Einbringen deterministischer Randbedingungen könnte zu erfolgreichen längerfristigen Vorhersagen im oben zitierten Lorenzschen Sinne führen. Geht man davon aus, dass Rückkopplungseffekte zwischen Variablen unterschiedlicher Persistenz bestehen, so könnte durch “Verlagern“ des Randwertproblems, von Parametern mit kurzen zu Parametern mit längeren charakteristischen Zeitskalen, eine Verbesserung der Vorhersagbarkeit erreicht werden. In dem hier gewählten Kontext wäre das der Übergang von atmosphärischen zu ozeanographischen Variablen, die ihrerseits wieder auf die Atmosphäre einwirken. Czaja and Frankignoul [2002] wiesen einen solchen Einfluss im Nordatlantik nach. Durch die Analyse komplexerer Strömungsmodelle könnte der Einfluss von Advektion auf die Dynamik von SST-Anomalien nachzuweisen sein. Und ihr Einwirken auf die NAO könnte helfen, ihre Vorhersagbarkeit zu verbessern. Da die NAO als vorherrschender Mode dekadischer Klimavariabilität im europäischen Raum gilt, könnte so die Prognose von längerfristigen Trends verbessert werden. Ein besseres Verständnis der Effekte an der Schnittstelle zwischen Ozean und Atmosphäre wäre hilfreich. Der hier vorgestellte theoretische Teil (*Satz über die Gramsche Matrix*) läßt sich auch auf nicht-orthogonale Basen anwenden und kann bei allen Methoden genutzt werden, durch die sich Ausgangsdaten approximieren lassen

(CCA, PIPs & POPs, etc.). Durch Einbringung von Drehmatrizen oder weiteren Optimalitätsrestriktionen (z.B. größtmögliche Abweichung von Nullhypothese) kann der Satz modifiziert werden, so dass statistische Analysen auf ihren optimierenden Charakter überprüft und angewandt werden könnten.

Anhang A

Verwendete Schreibweisen

In der vorliegenden Arbeit wird die *Dirac*-Notation –wie sie in der Quantenmechanik üblich ist– verwendet, da sie eine anschauliche und intuitiv verständliche Darstellung linearer Abbildungen (Vektor- und Matrizenrechnung) ermöglicht. In dieser *bra-ket*-Schreibweise kommt man ohne die Unterscheidung in Vektoren- und Matrizenschreibweise aus.

Die wichtigsten Eigenschaften sind:

Der Zeilenvektor $\vec{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ wird durch den *bra*-Vektor dargestellt: $\langle x|$.

Der Spaltenvektor $\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ wird durch den *ket*-Vektor dargestellt: $|y\rangle$.

Also: $\vec{y}^T = |y\rangle^T = \langle y|$.

Damit ergeben sich im reellen Vektorraum:

- Skalarprodukt:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = \vec{x}^T \cdot \vec{y} = \langle x|y\rangle$$

- Tensor-, Dyadenprodukt:

$$\vec{x}\vec{y}^T = x_i y_j = \begin{pmatrix} x_1 y_1 & x_1 y_2 & \cdots & x_1 y_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n y_1 & x_n y_2 & \cdots & x_n y_m \end{pmatrix} = |x\rangle\langle y|, \quad \begin{array}{ll} \text{für} & i \in \{1, \dots, n\} \\ \text{und} & j \in \{1, \dots, m\}. \end{array}$$

- Entwicklung des Zeilenvektors \vec{x}^T in seine Basisvektoren \vec{e} :

$$\vec{x}^T = \sum_{i=1}^n x_i \langle e^i| = \langle x|,$$

wobei das hochgestellte i den i -ten Basisvektor darstellt, nicht die i -te Komponente.

Anhang B

Beweis: Maximalprinzip EOF

Gewöhnliche PCs besitzen die Eigenschaft, zusammen mit den jeweiligen EOFs, den zugrundeliegenden Datensatz bestmöglich anzunähern. Daher wird die *erklärte Varianz* des ersten Modes, die aus anderen (z.B. rotierten) EOF-Analysen hervorgeht, stets niedriger ausfallen.

Dieses grundlegende Maximalprinzip soll hier bewiesen werden. Einen eleganten Zugang bietet der *Satz über die Gramsche Matrix*. Er ist vielseitig anwendbar, da er keine Festlegung auf eine bestimmte Basis fordert. Trotzdem wurde er, meiner Ansicht nach, bisher nicht in Zusammenhang mit EOFs gebracht.

EOF-Analyse als Approximations-Aufgabe. Die Suche nach einer besten Approximation führt zu verschiedenen Abstandsbegriffen (Metriken): Der Euklidische Abstand zur Annäherung von Punkten durch ausgewählte Punkte im Raum, wird durch den *Abstand im quadratischen Mittel* zur Annäherung von Funktionen durch andere, ersetzt. Dieser Abstandsbegriff hat einen optimierenden Charakter, der bei Herleitungen von EOFs gerne unterschlagen wird.

Bedeutsam für die weitere Behandlung sind einige Eigenschaften, deren Beweise in Kosmol [1991] geführt werden, die aber für das Verständnis von EOFs keine neuen Einsichten bringen. Die Ergebnisse zusammengefasst:

- der gesamte Vektorraum und alle seine Teilräume sind konvexe Teilmengen eines (reellen) Vektorraumes.
- Definition (reeller) Prä-Hilbertraum: Das Paar $(X, \langle \cdot | \cdot \rangle)$, bestehend aus \mathbb{R} -Vektorraum X , mit Abbildung:

$$\langle \cdot | \cdot \rangle : X \times X \rightarrow \mathbb{R}.$$

- somit ist der Raum “mit seinen Längen und Winkeln“, in dem wir uns bewegen, ein Prä-Hilbertraum.
- im Prä-Hilbertraum ist auf natürliche Weise eine Norm gegeben durch:
 $\|\vec{x}\| := \sqrt{\langle x|x \rangle}.$
- Die Norm ist strikt konvex (Beweis per Parallelogrammgleichung).

Bedeutsam für die Approximation in Prä-Hilberträumen ist, dass das Quadrat der Norm differenzierbar ist und eine lineare Ableitung besitzt. Diese Ableitung kann Null gesetzt werden; und man erhält eine *hinreichende*, die zur aus der reellen Analysis bekannten *notwendigen* Bedingung (“erste Ableitung gleich Null setzen“) zum auffinden von Extremalstellen, analog ist.

Wie die Anwendung obiger Ergebnisse zeigt, ist der *Abstand im quadratischen Mittel* $f(x) := \|\vec{x} - \hat{x}\|^2$ strikt konvex und differenzierbar in Richtung \vec{v} (Gâteaux-differenzierbar), mit der Ableitung $f'(x) = 2\langle x - \hat{x} | v \rangle$.

Die strikte Konvexität der obigen Norm sichert die Eindeutigkeit der optimalen Lösung¹. Nach dieser Vorarbeit gelangt man zum zentralen Satz; und die Bestimmung der besten Approximation reduziert sich für endlich-dimensionale Teilräume auf das Lösen eines linearen Gleichungssystems.

Satz über die Gramsche Matrix. Sei \mathcal{K} ein endlich-dimensionaler Teilraum des Prä-Hilbertraumes $(X, \langle \cdot | \cdot \rangle)$ und seien die Vektoren $\{\langle x^1 |, \dots, \langle x^n | \}$ eine Basis von \mathcal{K} . Genau dann ist das Element

$$\langle \hat{x} | := \sum_{i=1}^n \eta^i \langle x^i |$$

die beste Approximation von $\langle y | \in X$ bezüglich \mathcal{K} , wenn für alle $j \in \{1, \dots, n\}$ gilt:

$$\langle y | x^j \rangle = \sum_{i=1}^n \eta^i \langle x^i | x^j \rangle.$$

Die Matrix mit den Elementen $\langle x_i | x_j \rangle_{ij}$ für $i, j \in \{1, \dots, n\}$, heißt Gramsche Matrix.

¹Dies ist ein Grund, weshalb Approximationen “in a least squares sense“ so beliebt sind. Im Gegensatz zu beispielsweise *einfachen mittleren Abständen*

$$\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|,$$

mit $x_i, y_i \in \mathbb{R}$,
bei denen die Eindeutigkeit *nicht* gegeben ist.

Wählt man –gegebene– EOFs als Basis von \mathcal{K} , also: $\{\langle x^1|, \dots, \langle x^n|\} = \{\langle e^1|, \dots, \langle e^n|\}$, so wird die Gramsche Matrix zur Einheitsmatrix, denn die EOFs bilden ein Orthonormalsystem, d.h.:

$$\langle e^i | e^j \rangle = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j. \end{cases}$$

Laut Satz ist die beste Approximation von $\langle y|$:

$$\langle \hat{x}| = \sum_{i=1}^n \eta^i \langle e^i|. \quad (12.1)$$

Und η^i ergibt sich aus den Voraussetzungen des Satzes in der gewählten EOF-Basis, wegen:

$$\langle y | e^j \rangle = \sum_{i=1}^n \eta^i \delta_{ij} \rightarrow \langle y | e^i \rangle = \eta^i$$

zu $\eta^i = \langle y | e^i \rangle$.

Gleichung (12.1), bzw. ihr Pendant (4.1), nähert den Ausgangsdatensatz bestmöglich an, und ein Vergleich zeigt, dass η^i gerade den PCs entspricht. Das bedeutet, man erhält lediglich durch die Wahl einer *orthonormalen Basis* und durch den Wunsch nach *bester Approximation*, eine Rechenvorschrift für die *Principal Components*: Projektion der ursprünglichen Datenvektoren auf das Basissystem $|e^i\rangle$, wie schon am EOF-Beispiel auf Seite 34 demonstriert.

Wegen der Bemerkungen in 4.1.1 führt die Optimalität von (12.1) für $i = 1$ auch zu der maximalen (erklärten) Varianz im ersten Mode.

Anhang C

Bemerkungen zur Kovarianzmatrix

Herzstück eines jeden EOF-Algorithmus² ist die Eigenwertzerlegung der Kovarianzmatrix. Letztere wird im Alltag, in Literatur und Quellcodes gerne auf zwei unterschiedliche Arten dargestellt. Auf den ersten Blick wirkt das eher konfus, –tatsächlich birgt es aber die Chance, durch geschickte Wahl der Darstellung, den Rechenaufwand enorm zu verringern.

Hier soll gezeigt werden, dass beide Schreibweisen gleichwertig sind in dem Sinne, dass Eigenvektoren zu den selben Eigenwerte in beiden Fällen leicht ineinander umgerechnet werden können.

Sei $|x\rangle \in \mathbb{R}^n$ eine **Zeitreihe** mit n Realisierungen. Und die Position (“Index“) im Vektor $\langle 1| \in \mathbb{R}^m$ kennzeichne den Ort, an dem die Zeitreihe bestimmt wurde. Kurz: $|x\rangle$ zeige den zeitlichen Verlauf und $\langle 1|$ enthalte die Ortsinformation.

Die $(n \times m)$ -Matrix $|x\rangle\langle 1| := D$ wird oft als Datenmatrix bezeichnet und besitzt $|x^i\rangle$ als Spalten, für $i \in \{1, \dots, m\}$. Für $n \neq m$ ist sie nicht quadratisch, was der Regelfall ist.

Die Kovarianzmatrix² kommt in den unterschiedlichen Varianten:

$$\text{i) } |x\rangle\langle 1||1\rangle\langle x| = \sum_{i=1}^m |x^i\rangle\langle x^i|, \text{ also: } DD^T$$

$$\text{ii) } |1\rangle\langle x||x\rangle\langle 1|, \text{ also: } D^T D$$

vor. Diese Schreibweisen sind *nicht* identisch, da die Matrizenmultiplikation i. d. R. *nicht* kommutativ ist.

²Der Vorfaktor $1/(m-1)$ o.ä. wurde hier vernachlässigt, weil er für die Eigenwertzerlegung keine Rolle spielt, siehe Abschnitt 4.1.3 .

Beachtlich ist, dass es sich bei i) um eine $(n \times n)$ - und bei ii) um eine $(m \times m)$ -Matrix handelt. Da die Zuordnung: $n = (\text{Anzahl Zeitpunkte})$ und $m = (\text{Anzahl Ortskoordinaten})$ gänzlich willkürlich war, kann die Datenmatrix genauso gut als D^T angeordnet werden, was dem Übergang i) \leftrightarrow ii) entspricht. Festzuhalten ist, dass die Dimension der Kovarianzmatrix via i) oder ii) erheblich reduziert werden kann, je nach dem, ob $n < m$ oder $n > m$.

In jedem Fall ist die Kovarianzmatrix quadratisch und symmetrisch. Die Symmetrie garantiert die Existenz von genau r paarweise orthogonalen Eigenvektoren, falls die Kovarianzmatrix vom Rang r ist.

Bleibt zu zeigen, dass die Eigenvektoren ineinander umrechenbar sind.

Sei $\lambda \in \mathbb{R}_{\neq 0}$ ein Eigenwert der Kovarianzmatrix nach i) und $|e\rangle \in \mathbb{R}^n$ der zugehörige Eigenvektor. Aus:

$$\left(|x\rangle\langle 1||1\rangle\langle x|\right)|e\rangle = \lambda|e\rangle$$

wird durch Multiplikation mit $|1\rangle\langle x|$ von Links:

$$\begin{aligned}\lambda|1\rangle\langle x||e\rangle &= |1\rangle\langle x|\left(|x\rangle\langle 1||1\rangle\langle x||e\rangle\right) \\ &= \left(|1\rangle\langle x||x\rangle\langle 1|\right)\left(|1\rangle\langle x||e\rangle\right).\end{aligned}$$

Dies bedeutet, $\left(|1\rangle\langle x||e\rangle\right)$ ist Eigenvektor von ii) und $|e\rangle$ von i). Sie lassen sich also durch Multiplikation mit der transponierten Datenmatrix ineinander überführen. Diese Transformation ist eine Abbildung $D^T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, was notwendig ist, weil ansonsten die Matrizenmultiplikation nach dem letzten Gleichheitszeichen nicht definiert wäre.

Die Kovarianzmatrix gehört zur Klasse der diagonalähnlichen Matrizen und lässt sich in Diagonalform (mit den Eigenwerten auf der Hauptdiagonalen) überführen. Darüber hinaus sind ihre Eigenwerte und Eigenvektoren stets reell.

Anhang D

Begriffserläuterung »Mode«

Die Vielfalt der Bedeutungen des Begriffs »Mode« ist so groß, dass er gar von einigen Autoren gemieden wird. Im Zusammenhang mit EOF-Analysen lässt er sich jedoch kaum umgehen. Deswegen soll an dieser Stelle die erwähnte Vielfalt eingegrenzt werden.

Hier wird das Wort »Mode« in zweierlei Hinsicht verwendet:

- i) Es bezeichnet schlicht die Eigenvektoren eines Ranges oder den Rang selbst. Beispielsweise wird die EOF-1 als erster Mode verstanden.
- ii) Der Begriff erhält eine Präzisierung durch die Identifizierung einer EOF mit einem physikalischen Prozess. Lediglich sie macht einen Mode aus. Demnach ist beispielsweise die NAO ein Klima-Mode.

Abkürzungen, Akronyme

Im Text werden fast ausschließlich englische Abkürzungen verwendet, die dem klimainteressierten Leser vertraut und international verständlich sind. Die Verwendung passender, jedoch deutscher Entsprechungen wäre wenig sinnvoll: Sie würde den vertrauten Leser verwirren, für den “Neueinsteiger” inhaltslos bleiben.

Deswegen hier eine Zusammenschau der wichtigsten Abkürzungen. Griechische Buchstaben sind an ihrem entsprechenden Platz im lateinische Alphabet angeordnet.

$AR(p)$	autoregressive process of order p	autoregressiver Prozess p-ter Ordnung
γ_{xy}	(cross/auto)-correlation function	(Kreuz/Auto)-Kovarianzfunnktion zwischen X und Y
CCA	Canonical Correlation Analysis	
COADS	Comprehensive Ocean Atmosphere Data Set	
$Corr(X, Y) = r_{xy}$	correlation between X and Y	Korrelation zwischen X und Y
$CoVar(X, Y)$	covariance between X and Y	Ko-Varianz von X und Y
DEOF	Distinct Empirical Orthogonal Function	Ausgeprägte Empirische Orthogonal-Funktion
dof	degrees of freedom	Anzahl räumlicher Freiheitsgrade
$\mathcal{E}(X)$	expectant value of X	Erwartungswert von X

ENSO	El Niño-Southern Oscillation	
EOF	Empirical Orthogonal Function	Empirische Orthogonal-Funktion
$eVar$	explained variance	erklärte Varianz
ζ_{xy}	coherence between X and Y	Kohärenz zwischen X und Y
GCM	general circulation model	Klimamodell
gpm	geopotential height in meters	Höhe des Geopotential-Niveaus in Metern
Lag = τ	timelag	“Abstand“ zweier Zeitpunkte
mixed layer		Deckschicht
modes		Moden ³
μ	mean	Mittelwert
NAC	North Atlantic Current	nördliche Verlängerung des Golf-Stroms
NAO	North Atlantic Oscillation	Nord Atlantische Oszillation
NCAR	National Center for Atmospheric Research	
NCEP	National Centers for Environmental Prediction	
PC_{500}	principal component of 500hPa geopotential height	PC des 500hPa-Geopotential-Niveaus
pdf	probability density function	Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung

³Eine Begriffsklärung findet sich in Anhang D.

PIP	Principal Pattern	Interaction	
POP	Principal Pattern	Oscillation	
ρ_{xy}			(Kreuz/Auto)- Korrelationsfunktion zwischen X und Y
REOF	Rotated Empirical Or- thogonal Function	Rotierte Empirische Orthogonal-Funktion	
$rmn(f)$	running mean of f	Gleitendes Mittel von f	
SST	sea surface temperature	Ozean-Oberflächentem- peratur	
$Std(X) = \sigma_x$	standard deviation of X	Standardabweichung von X	
SLP	sea level pressure	Luftdruck auf Mee- reshöhe	
$Var(X) = \sigma_x^2$	variance of X	Varianz von X	
X, Y, Z		Zufallsvariablen	

Literaturverzeichnis

- Behera, S. K., Rao, S. A., Saji, H. N., and Yamagata, T. (2003). Comments on ‘A Cautionary Note on the Interpretation of EOFs’. *Journal of Climate*, 16:1087–1093.
- Björnsson, H. and Venegas, S. A. (1997). A Manual for EOF and SVD Analyses of Climatic Data. Personal correspondence.
- Box, G. E. P. and Jenkins, F. W. (1994). *Time Series Analysis*. Prentice-Hall, Inc.
- Bretherton, C. S., Widmann, M., Dymnikov, V. P., Wallace, J. M., and Bladé, I. (1999). The Effective Number of Spatial Degrees of Freedom of a Time-Varying Field. *Journal of Climate*, 12:1990–2009.
- Colling, A. (2002). *Ocean Circulation*. Butterworth Heinemann.
- Czaja, A. and Frankignoul, C. (2002). Observed Impact of Atlantic SST Anomalies on the North Atlantic Oscillation. *Journal of Climate*, 15:606–623.
- Dommenget, D. (2005). Evaluating EOF-modes against a stochastic null hypothesis. *Journal of Climate*. Personal correspondence.
- Dommenget, D. and Latif, M. (2002a). A Cautionary Note on the Interpretation of EOFs. *Journal of Climate*, 15:216–225.
- Dommenget, D. and Latif, M. (2002b). Analysis of observed and simulated SST spectra in the midlatitudes. *Climate Dynamics*, 19:277–288.
- Ekman, V. W. (1905). On the influence of the earth’s rotation on ocean-currents. *Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik*, 2:1–52.
- Fraedrich, K., Ziehmann, C., and Sielmann, F. (1995). Estimates of Spatial Degrees of Freedom. *Journal of Climate*, 8:361–370.

- Frankignoul, C. (1985). Sea Surface Temperature Anomalies, Planetary Waves and Air-Sea Feedback in the Middle Latitudes. *Reviews of Geophysics*, 23:357–390.
- Frankignoul, C. and Hasselmann, K. (1977). Stochastic climate models. Part II, Application to sea-surface temperature anomalies and thermocline variability. *Tellus*, 29:289–305.
- Hasselmann, K. (1976). Stochastic climate models. Part I, Theory. *Tellus*, 28:473–485.
- Hurrell, J. W. (1995). NAO Index Data. Provided by the Climate Analysis Section, NCAR. Boulder, USA. <http://www.cgd.ucar.edu/cas/jhurrell/indices.data.html#naostatmon>.
- Hurrell, J. W., Kushnir, Y., Ottersen, G., and Visbeck, M. (2003). *The North Atlantic Oscillation: Climatic Significance and Environmental Impact*, volume 134. Geophysical Monograph Series.
- James, J. F. (2002). *A Student's Guide to Fourier Transforms*. Cambridge University Press.
- Jolliffe, I. T. (2003). A Cautionary Note on Artificial Examples of EOFs. *Journal of Climate*, 16:1084–1086.
- Kistler, R., Kalnay, E., Collins, W., Saha, S., White, G., Woollen, J., Cheliah, M., Ebisuzaki, W., Kanamitsu, M., Kousky, V., van den Dool, H., Jenne, R., and Fiorino, M. (2001). The NCEP/NCAR 50-Year Reanalysis: Monthly Means CD-ROM and Documentation. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 82:247–268.
- Kosmol, P. (1991). *Optimierung und Approximation*. de Gruyter.
- Lorenz, E. N. (1965). A study of the predictability of a 38-variable atmospheric model. *Tellus*, 17:321–333.
- Lorenz, E. N. (1982). Atmospheric predicability experiments with a large numerical model. *Tellus*, 34:505–513.
- Marshall, J., Kushnir, Y., Battisti, D., Chang, P., Czaja, A., Dickson, R., McCartney, M., Saravanan, R., and Visbeck, M. (2001). North Atlantic Climate Variability: phenomena, impacts and mechanisms. *International Journal of Climatology*, 21(15):1863–1898.

- Munk, W. H. (1960). Smoothing and Persistence. *Journal of Atmospheric Sciences*, 17:92–93.
- Preisendorfer, R. W. (1988). *Principal Component Analysis in Meteorology and Oceanography*. Elsevier Science Publishing Company, Inc.
- Rayner, N. A., Parker, D. E., Horton, E. B., Folland, C. K., Alexander, L. V., Rowell, D. P., Kent, E. C., and Kaplan, A. (2003). Global analyses of sea surface temperature, sea ice, and night marine air temperature since the late nineteenth century. *Journal of Geophysical Research (Atmospheres)*, 108(D14):2–1.
- Reynolds, R. W. and Smith, T. M. (1994). Improved Global Sea Surface Temperature Analyses Using Optimum Interpolation. *Journal of Climate*, 7:929–948.
- Samuels, B. and Cox, M. (1988). Samuels and Cox’ GFDL Global Oceanographic Data Set Atlas. <http://dss.ucar.edu/datasets/ds279.0>.
- Scott, R. B. (2003). Predictability of SST in an Idealized, One-Dimensional, Coupled Atmosphere-Ocean Climate Model with Stochastic Forcing and Advection. *Journal of Climate*, 16:323–335.
- Stommel, H. (1948). The westward intensification of wind driven ocean currents. *Transactions, American Geophysical Union*, 29.
- Sutton, R. T. and Allen, M. R. (1997). Decadal predictability of North Atlantic sea surface temperature and climate. *Nature*, 388:563–567.
- Sverdrup, H. U. (1947). Wind-Driven Currents in a Baroclinic Ocean; with Application to the Equatorial Currents of the Eastern Pacific. *Proceedings of the National Academy of Science*, 33:318–326.
- von Storch, H. and Zwiers, F. W. (1999). *Statistical Analysis in Climate Research*. Cambridge University Press.
- von Storch, J.-S. (2000). Signatures of Air-Sea Interactions in a Coupled Atmosphere-Ocean GCM. *Journal of Climate*, 13:3361–3379.
- Wang, F. and Chang, P. (2004). Effect of Oceanic Advection on the Potential Predictability of Sea Surface Temperature. *Journal of Climate*, 17:3603–3615.
- Wilks, D. S. (1995). *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. Academic Press.

Zurmühl, R. and Falk, S. (1984). *Matrizen und ihre Anwendungen*. Springer-Verlag.

Danksagung

Ich danke Prof. Dr. Dietmar Dommenges für die Vergabe und Betreuung dieser Arbeit. In vielen kurzweiligen Stunden hat er mir Einblicke in Bereiche aktueller Forschung geboten und mein Interesse für das Thema “Modes of North Atlantic climate variability” geweckt. Mit stets neuen Anmerkungen und eigenem Interesse hat Dietmar es geschafft, meine Begeisterung in einem Zustand zu halten, den “Wachzustand“ zu nennen, untertrieben wäre.

Die vorliegende Arbeit beschließt für mich eine lehrreiche Zeit als Student am IFM-GEOMAR, Kiel. Vielleicht die richtige Stelle, einigen Menschen über das Fachliche hinaus zu danken:

Prof. Dr. Andreas Macke, mit dem ich jahrelang im Projekt Wolkenkamera zusammenarbeiten durfte: Von ihm habe ich gelernt, dass akademische Karriere und Frohsinn einander nicht ausbooten.

Prof. Dr. Dietmar Dommenges, der nicht nur vielen meiner Flausen etwas Positives hat abringen können, sondern sie sogar noch unterstützte.

Dr. Thomas Martin, der mir gezeigt hat, dass binäre Datensätze in erster Linie und vor allem eins sind: binäre Datensätze – und keine empirisch gewürfelten Zahlenhaufen mit ungewissem Ausgang.

Der WG, die viele meiner Launen mit einem Lächeln retourniert hat.

Fabian Schlösser, Ernst Bedacht und Irene Stemmler, die’s verdient haben. Danke.

Erklärung

Die vorliegende Diplomarbeit wurde selbstständig verfasst. Die verwendeten Quellen und Hilfsmittel sind angegeben.

Diese Arbeit lag bisher nicht zur Erlangung eines Diplomgrades vor.

Kiel, Januar 2006

Jörg Wegener